

המעגל



* החלק החיצוני הצבוע באפור הוא המעגל והחלק הפנימי הצבוע בצהוב הוא העיגול

מעגל הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות במישור שמרחקן מנקודה מסוימת, **המרכז**, קבוע. המרחק של כל נקודה מהמרכז נקרא רדיוס (בעברית מחוג).

בעברית קיימת הבחנה ייחודית בין **מעגל**, שהוא הקו העגול, ובין **עיגול**, שהוא התחום החסום על ידי קו זה. בהתאם לכך, אנו מדברים בעברית על היקף המעגל (אם כי נראה שראוי היה יותר לומר אורך המעגל או היקף העיגול) ושטח העיגול. הבחנה זו קיימת רק בצורה גיאומטרית זו. במשולש, מרובע, מלבן וכו' -

בכולם השם מתייחס גם להיקף וגם לשטח. גם באנגלית, עיגול ומעגל שניהם circle. ערך זה עוסק בצורה הגיאומטרית על מכלול תכונותיה, כלומר הוא עוסק במעגל ובעיגול גם יחד.

היחס בין היקף העיגול (אותו מקיף המעגל) לקוטרו קבוע בכל המעגלים, ומסומן על ידי האות היוונית π .

כאשר לעיגול (ולמעגל המקיף אותו) רדיוס R , היקפו הוא $2\pi R$, ושטחו הוא πR^2 .

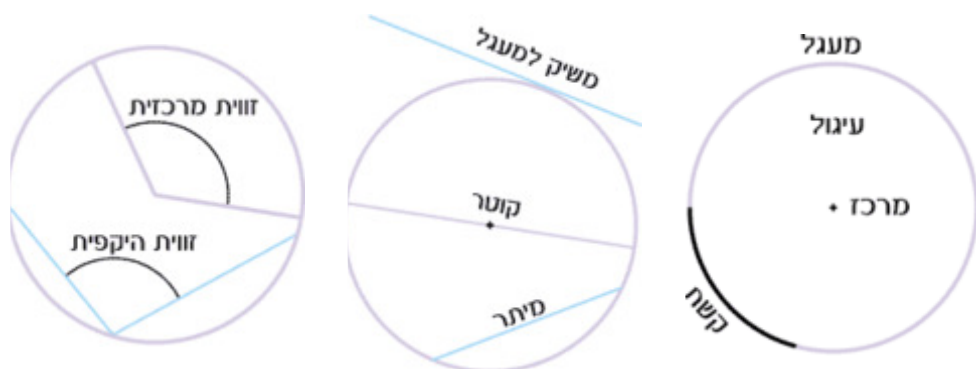
ניתן לראות מעגל כמקרה פרטי של אליפסה בה שני המוקדים זהים.

ישרים, קשתות וזוויות במעגל

קטע ישר המחבר בין שתי נקודות על המעגל נקרא **מיתר**. מיתר העובר דרך מרכז המעגל נקרא **קוטר**, ואורכו שווה ל- $2R$. ישר הנוגע במעגל (דהיינו, יש לו נקודה משותפת אחת, ורק אחת, עם המעגל) נקרא משיק למעגל. זווית הנוצרת בין שני רדיוסים נקראת **זווית מרכזית**. הזווית הנוצרת בין שני מיתרים הנפגשים בנקודה על המעגל נקראת **זווית היקפית**.

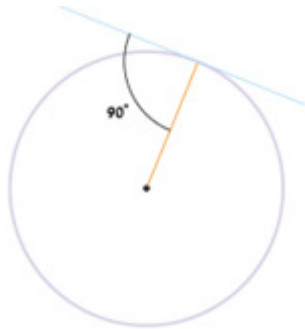
קשת במעגל היא קטע מהמעגל התחום בין שתי נקודות.

העיגול הוא הצורה הנוצרת בתוך המעגל. עיגול הוא בעצם הי"מילו של המעגל.

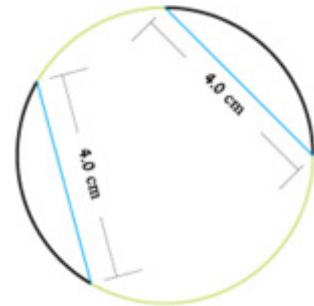


משפטים על המעגל

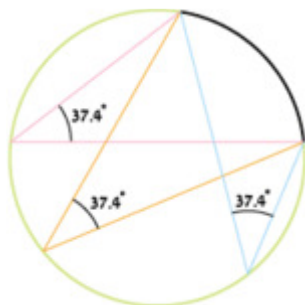
משיק למעגל מאונך לרדיוס העובר בנקודת ההשקה.



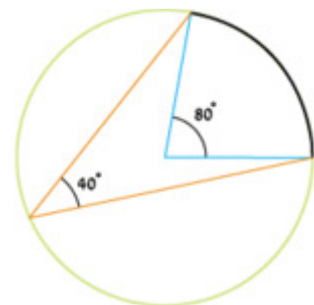
לקשתות שוות מתאימים מיתרים שווים.



זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת - שוות בגודלן.



גודלה של זווית היקפית הנשענת על קשת הוא חצי מגודל הזווית המרכזית הנשענת על קשת זו.



משפטים נוספים :

1. על מיתרים שווים נשענות זוויות מרכזיות שוות.
2. קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.
3. קטע המרכזים של שני מעגלים המשיקים זה לזה מבחוץ, עובר דרך נקודת ההשקה שלהם.
4. מרכז המעגל החוסם משולש הוא מפגש האנכים האמצעיים לצלעותיו.
5. מרכז המעגל החוסם במשולש הוא מפגש חוצי הזווית שלו.
6. זווית היקפית ומשיק למעגל היוצאים מאותה נקודה, שווה לזווית הנשענת על הקשת הכלואה ביניהם.

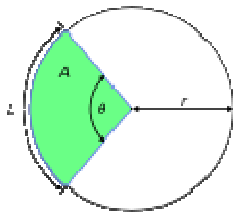
7. זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה.
8. שני משיקים לאותו מעגל, היוצאים מאותה נקודה, שווים זה לזה עד לנקודת ההשקה.
9. הקטע שבין נקודת הראייה של שני משיקים היוצאים מאותה נקודה למרכז המעגל, חוצה את זווית הראייה.
10. האנך למיתר ממרכז המעגל - חוצה את המיתר, חוצה את הזווית המרכזית המתאימה וחוצה את הקשת השייכת למיתר.
11. מיתרים שווים נמצאים במרחקים שווים מהמרכז. מיתר גדול יותר קרוב למרכז מאשר מיתר קטן.

עיגול

- עיגול סגור** הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות במישור שמרחקן מנקודה מסוימת, **המרכז**, קטן או שווה לגודל קבוע. ניתן להגדיר עיגול סגור גם כמשטח המוגבל על ידי **מעגל**, לרבות המעגל עצמו.
- עיגול פתוח** הוא המקום הגיאומטרי של כל הנקודות במישור שמרחקן מנקודה מסוימת, **המרכז**, קטן מגודל קבוע. ניתן להגדיר עיגול פתוח גם כמשטח המוגבל על ידי מעגל, למעט המעגל עצמו.
- מעגל ייקרא "חוסם את העיגול" או "היקף העיגול" אם שניהם במישור משותף ויש להם מרכז ורדיוס משותפים.
- עיגול** הוא עיגול סגור למעט (אולי) חלק (או כל) נקודות המעגל החוסם אותו.

חלקים של העיגול

גזרה היא צורה הכלואה בין שני רדיוסים במעגל לבין קשת על המעגל.



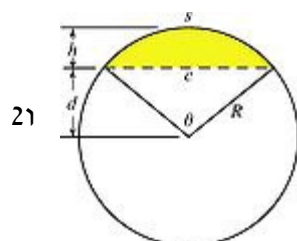
היחס בין שטח הגזרה לכלל שטח המעגל שווה ליחס בין זווית הגזרה לסיבוב שלם השווה ליחס בין אורך הקשת של הגזרה לבין היקף המעגל כולו. כלומר ששטח הגזרה יהיה שווה:

$$S = \frac{\theta \cdot R^2}{2} = \frac{l \cdot R}{2}$$

כאשר l הוא אורך הקשת והזוויות

ברדיאנים.

מקטע הוא צורה הכלואה בין מיתר לקשת המתאימה לו.



שטח המקטע שווה להפרש בין שטח הגזרה הנכלאת בין 2 הרדיוסים המחוברים לקצוות המיתר לבין שטח המשולש שצלעותיו הן המיתר הרדיוסים המחוברים לקצותיו. כלומר שטחו שווה ל:

$$\frac{R \cdot (\theta \cdot R - d \cdot \cos(\theta/2))}{2} = R^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\theta - \sin(\theta/2) \cdot \cos(\theta/2) \right)$$

כאשר d הוא אורך המיתר.

המעגל והעיגול בגיאומטריה אנליטית

בגיאומטריה אנליטית מיוצג המעגל באמצעות המשוואה הבאה :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

כאשר (x_0, y_0) היא מרכז המעגל ו R הוא מחוגו, מעגל שמרכזו בראשית הצירים $(0, 0)$ נקרא מעגל קונוני. העיגול הסגור מוגבל על ידי אי-השוויון החלש :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \leq R^2$$

ואילו העיגול הפתוח מוגבל על ידי אי-השוויון החזק :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < R^2$$