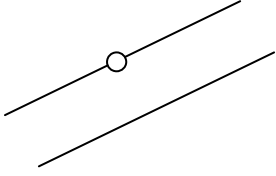


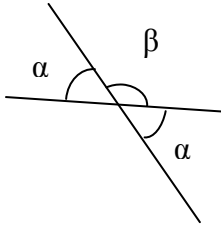
مدرسة كفرقرع الثانوية الهندسة المستوية - نظريات



(1) بديهية المتوازيات : عبر نقطة خارج مستقيم معطى يمكن تمرير مستقيم واحد و فقط واحد , بحيث يكون موازي للمستقيم المعطى.



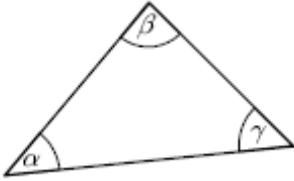
(2) العمود النازل على مستقيم من نقطة خارجه هو أقصر قطعة ممكنة تربط بين النقطة والمستقيم , والعكس صحيح. (يسمى أيضا: بعد نقطة عن مستقيم)



(3) كل زاويتين متقابلتين بالرأس , متساويتان.

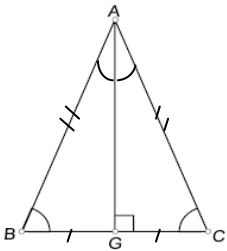
(4) كل زاويتين متجاورتين (مكملتين) , مجموعهما (180^0) .
أي أن : $\alpha + \beta = 180^0$.

مثلثات وأشكال رباعية



(5) مجموع الزوايا الداخلية لمثلث يساوي (180^0) .
وبالرموز : $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$.

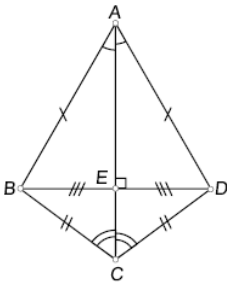
(6) في مثلث متساوي الساقين الارتفاع النازل من زاوية الرأس على القاعدة ومنصف زاوية الرأس والمتوسط للقاعدة هي نفس القطعة المستقيمة.



(7) في المثلث مقابل أضلاع متساوية تتواجد زوايا متساوية ,
والعكس صحيح .
ملاحظة: النظرية تتحدث عن مثلث واحد وليس مثلثين.

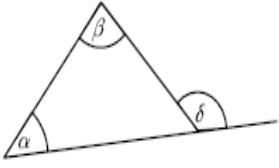
$$AB = AC \iff \angle B = \angle C$$

تعريف : الدالتون هو عبارة عن شكل رباعي مكون من مثلثين متساويي الساقين ولهما قاعدة مشتركة.



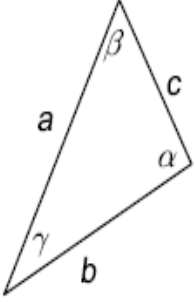
(8) في دالتون القطر الرئيسي يعامد ويتوسط القطر الجانبي وينصف زاويتي الرأس.

(9) الزاوية الخارجية لمثلث مساوية لمجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين لها .



$$\delta = \alpha + \beta$$

(10) في مثلث , مقابل الضلع الأكبر تتواجد الزاوية الكبرى والعكس صحيح , وكذلك بالنسبة للزاوية الوسطى والصغرى).



$$a > b > c \iff \alpha > \beta > \gamma$$

(11) مجموع ضلعي مثلث أكبر من الضلع الثالث والفرق بينهما أصغر من الضلع الثالث .

$$\text{أي: } b - c < a \text{ وكذلك } b + c > a$$

(12) يتطابق مثلثان حسب :

(أ) ض.ض.ض. (٤.٢.٤)

(ب) ز.ض.ز. (٢.٤.٢)

(ج) ض.ض.ض. (٤.٤.٤)



(د) ض.ض.ز. (٢.٤.٤): وهي نظرية التطابق الرابعة ,

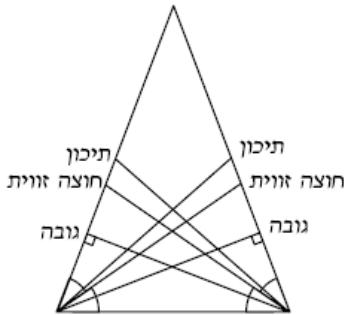
والمقصود فيها , عندما يتساوى ضلعان وتتساوى أيضاً الزاوية المقابلة للضلع الأكبر منهما , يتطابق المثلثان.

(13) في مثلث متساوي الساقين , يتساوى كل من :

أ. المتوسطان للساقين.

ب. الارتفاعان على الساقين.

ج. منصفَا زاويتي القاعدة.



(14) في مثلث متساوي الأضلاع جميع الزوايا متساوية

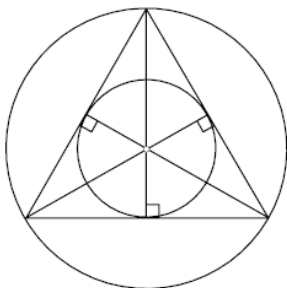
وكل منها يساوي (60^0) , وكذلك يتساوى فيه كل من :

أ. المتوسطات للأضلاع.

ب. الارتفاعات على الأضلاع.

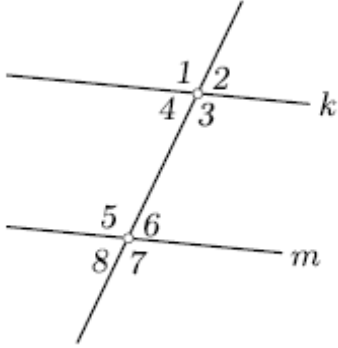
ج. منصفات الزوايا للمثلث.

والعكس صحيح.

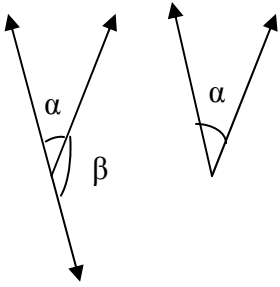


(15) نظرية المتوازيات :

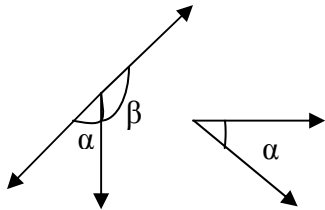
إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :
أ. كل زاويتين متناظرتين متساويتان .
ب. كل زاويتين متبادلتين متساويتان .
ج. كل زاويتين على نفس الجهة من القاطع مجموعهما (180^0) .
والعكس صحيح .



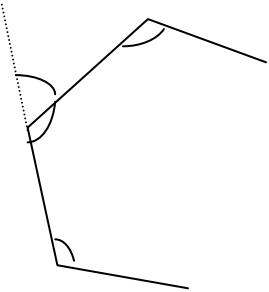
زوايا متناظرة : 4-8 , 1-5 , 3-7 , 2-6 .
زوايا متبادلة : 2-8 , 1-7 , 6-4 , 3-5 .
زوايا على نفس الجهة من القاطع : 1-8 , 4-5 , 2-7 , 3-6 .



(16) إذا توازي ساقا زاوية مع ساقَي زاوية أخرى تكون الزاويتان متساويتين أو مجموعهما (180^0) .



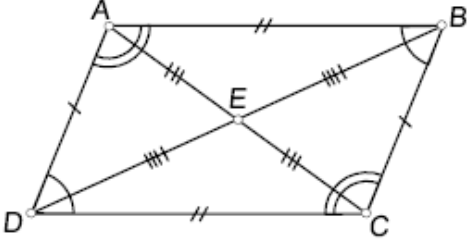
(17) إذا عامد ضلعا زاوية ضلعي زاوية أخرى كانت الزاويتان متساويتين أو مجموعهما (180^0) .



(18) مجموع الزوايا الداخلية لمضلع محدب (مكوكب) ذي n أضلاع هو: $180^0(n-2)$.

ملاحظه 1 : معلوم أن مجموع الزوايا الخارجية له هو 360^0 .
ملاحظه 2 : إذا كان المضلع منتظما (مساوئلا) عندها تكون الزوايا الداخلية متساوية , وكل منها مساوي لـ $180(n-2)/n$.

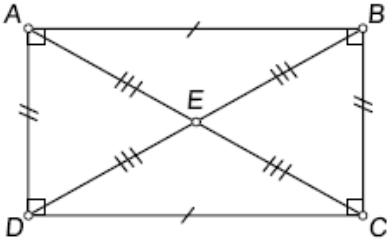
تعريف: متوازي الأضلاع هو عبارة عن شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان .



(19) في متوازي أضلاع :

- كل ضلعين متقابلين متساويان.
- الاقطار تنصف بعضها البعض.
- كل زاويتين متقابلتين متساويتان .
- كل زاويتين متجاورتين مجموعهما (180^0) .
والعكس صحيح.

(20) اذا كان في شكل رباعي زوج من الأضلاع المتقابلة متوازية ومتساوية فان الشكل هو متوازي أضلاع , والعكس صحيح .



تعريف 1: المستطيل هو متوازي أضلاع احدى زاويه قائمة .

تعريف 2: المستطيل هو شكل رباعي كل زاويه متساوية(قائمة).

(21) المستطيل يحقق الصفات الآتية (بالاضافة لصفات

متوازي الأضلاع) :

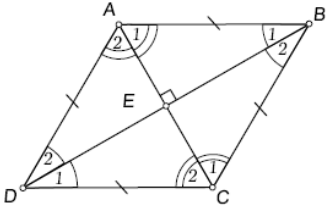
- أقطاره متساوية.
- جميع زاويه قائمة .

(22) نظرية عكسية 1: اذا تساوى قطرا شكل رباعي ونصّف أحدهما الآخر كان الشكل مستطيلاً.

(23) نظرية عكسية 2: اذا تساوى قطرا متوازي أضلاع كان الشكل مستطيلاً.

(24) نظرية عكسية 3: اذا تساوت زاويتان متجاورتان في متوازي أضلاع كان الشكل مستطيلاً.

تعريف 1 : المعين هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان.

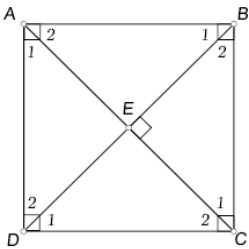


تعريف 2 : المعين هو عبارة عن شكل رباعي جميع أضلاعه متساوية.

(25) المعين يحقق الصفات الآتية (بالإضافة لصفات متوازي الأضلاع) :

- أ. أقطاره تنصف زواياه , والعكس صحيح .
- ب. أقطاره متعامدة (تعامد بعضها البعض) , والعكس صحيح.

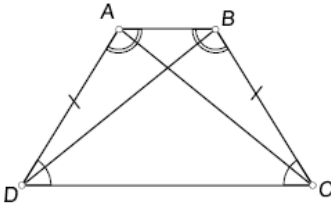
تعريف 1 : المربع هو معين احدى زواياه قائمة .



تعريف 2 : المربع هو مستطيل فيه ضلعان متجاوران متساويان.

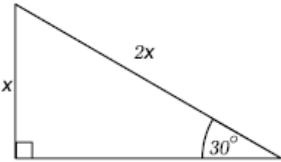
(26) المربع يحقق صفات المستطيل والمعين معاً .

تعريف : شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان **فقط** متقابلان متوازيان , (والآخران غير متوازيين) .

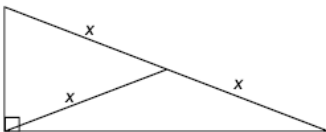


(27) في شبه منحرف متساوي الساقين القطران متساويان , وكل زاويتين مجاورتين لاحدى القاعدتين متساويتان.

(28) في مثلث قائم الزاوية اذا كانت احدى الزوايا (30^0) فان الضلع المقابل لهذه الزاوية يساوي نصف الوتر , والعكس صحيح .

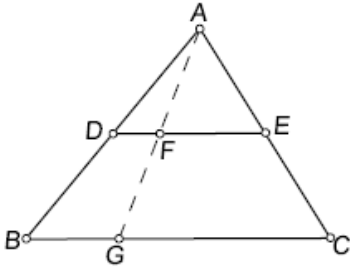


(29) في مثلث قائم الزاوية المتوسط للوتر يساوي نصف الوتر , والعكس صحيح .



(30) النظرية العكسية لها :
إذا كان المتوسط لضع في مثلث مساوي لنصف هذا الضلع , كان المثلث قائم الزاوية.

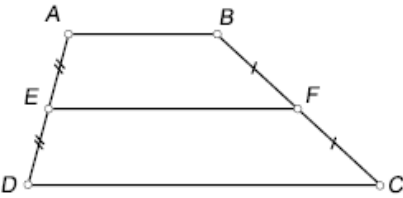
(31) قطعة المتوسطات (المنتصفات- **קטע אמצעים**) في المثلث توازي القاعدة (الضلع الثالث) وتساوي نصفها .



$$DE = \frac{1}{2} BC$$

(32) النظرية العكسية لها :
القطعة التي تتوسط ضلع في مثلث وتوازي الضلع الآخر , تتوسط أيضا الضلع الثالث فيه .

(33) قطعة المتوسطات (المنتصفات- القاعدة الوسطى) في شبه المنحرف توازي كلا القاعدتين وتساوي نصف مجموعهما .



$$EF = \frac{AB + CD}{2}$$

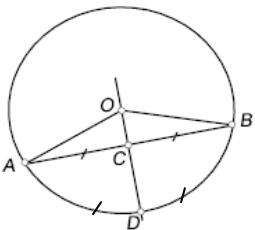
(34) النظرية العكسية لها :
القطعة التي تتوسط أحد الساقين في شبه المنحرف وتوازي القاعدتين , تتوسط أيضا الساق الآخر .

نظريات الدائرة

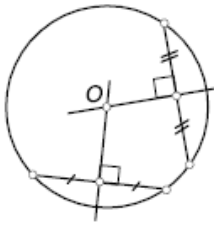
تعريف : الدائرة هي المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعة على بعد ثابت عن نقطة معينه تُسمى مركز الدائره .



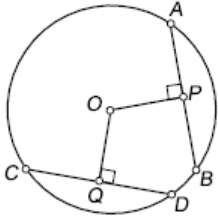
(35) عبر كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمكن تمرير دائرة واحدة فقط .



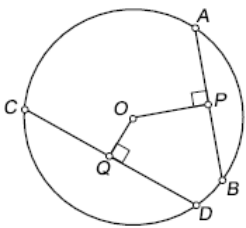
(36) نصف القطر المعامد لوتر في دائرة يتوسطه , ينصف الزاوية المركزية الملائمة له وينصف القوس الملائم له , والعكس صحيح .



(37) مركز الدائرة يتواجد على العمود المتوسط لكل وتر من الأوتار في الدائرة.

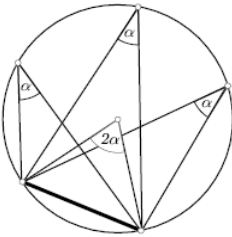


(38) الوتران المتساويان في دائرة يتواجدان على أبعاد متساوية من مركز الدائرة , والعكس صحيح .
 $AB = CD \iff OP = OQ$

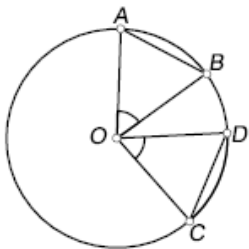


(39) الوتر الأكبر في الدائرة يتواجد على بعد أقرب من المركز من الوتر الأصغر , والعكس صحيح.

$$CD > AB \iff OQ < OP$$

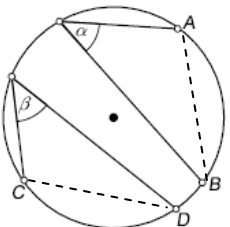


(40) الزوايا المحيطية المرتكزة على نفس القوس متساوية فيما بينها , وكل منها مساوية لنصف الزاوية المركزية المرتكزة على نفس القوس .



(41) لأوتار متساوية في دائرة ثلاث أقواس متساوية وزوايا مركزية متساوية , والعكس صحيح .

$$AB = CD \iff \widehat{AB} = \widehat{CD} \iff \angle AOB = \angle COD$$

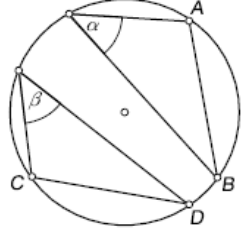


(42) لزوايا محيطية متساوية في دائرة ثلاث أقواس متساوية , وأوتار متساوية .

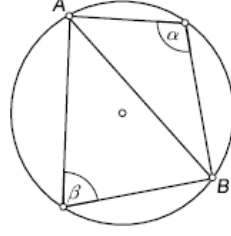
$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \iff \alpha = \beta$$

(43) نظريه عكسية لها 1 :
 على أقواس متساوية في دائرة ترتكز زوايا محيطية متساوية.

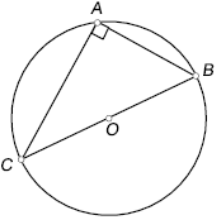
- (44) نظريه عكسية لها 2 :
على أوتار متساوية في دائرة تتركز زوايا محيطية متساوية أو مجموعها 180^0 .



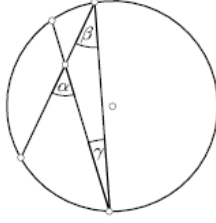
$$AB = CD \Rightarrow \alpha = \beta$$



$$AB = AB \Rightarrow \alpha + \beta = 180^0$$



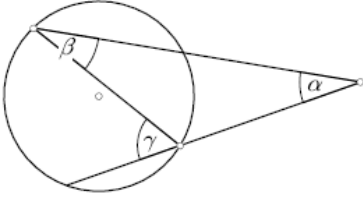
- (45) الزاوية المحيطية المرتكزة على القطر في دائرة هي زاوية قائمة , والعكس صحيح.



- (46) الزاوية الداخلية في دائرة مساوية لمجموع الزاويتين المحيطيتين المرتكزتين على القوسين المحصورين بين ساقي الزاوية وبين تكملتيهما.

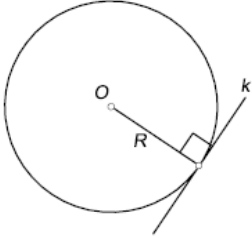
$$\alpha = \beta + \gamma$$

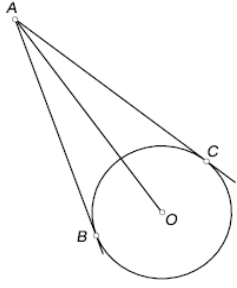
- (47) الزاوية الخارجية لدائرة مساوية للفرق بين الزاويتين المحيطيتين المرتكزتين على القوسين المحصورين بين ساقي الزاوية.



$$\alpha = \gamma - \beta$$

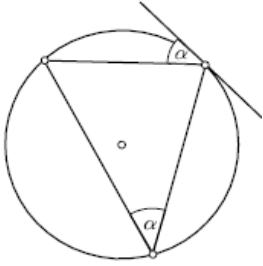
- (48) المماس لدائرة يعامد نصف قطر الدائرة في نقطة التماس , والعكس صحيح.



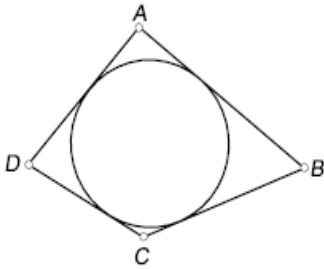


(49) المماسان لدائرة والخارجان من نفس النقطة متساويان.

(50) القطعة التي تصل بين مركز الدائرة وبين النقطة التي خرج منها المماسان تنصف الزاوية المحصورة بين المماسين.

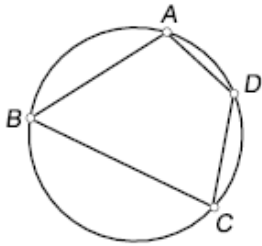


(51) الزاوية المحصورة بين مماس ووتر مساوية للزاوية المحيطة بالوتر على نفس الوتر من الجهة الأخرى.



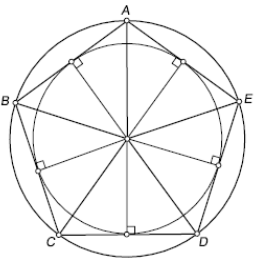
(52) في الشكل الرباعي الذي يحصر داخله دائرة مجموع ضلعين متقابلين مساوي لمجموع الضلعين المتقابلين الآخرين , والعكس صحيح.

$$AD + BC = AB + CD$$

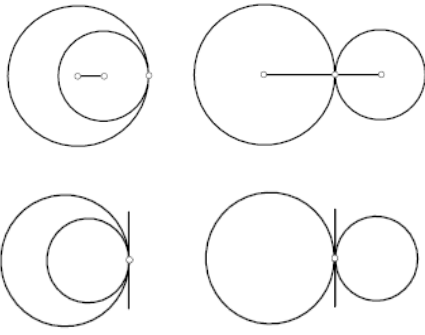


(53) في الشكل الرباعي المحصور داخل دائرة مجموع كل زاويتين متقابلتين يساوي 180° , والعكس صحيح.

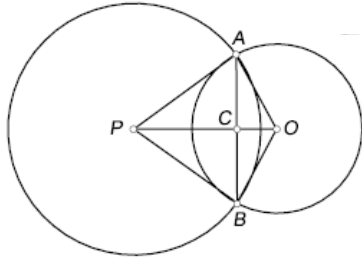
$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^{\circ}$$



(54) المضلع المنتظم يمكن حصره في دائرة , ويمكن حصر دائرة داخله. نقطتا المركز متحدتان.



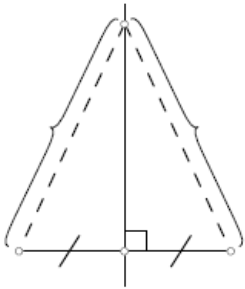
(55) نقطة التماس لدائرتين متماستين تتواجد على قطعة المراكز , أو على تكملتها.



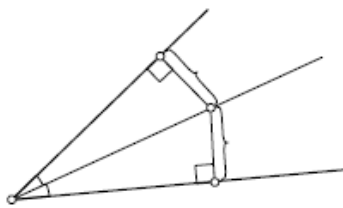
(56) في دائرتين متقاطعتين في نقطتين , قطعة المراكز تتوسط وتعامد الوتر المشترك بينهما .

$$AC = BC , AB \perp PO$$

محلات هندسيه ونقاط خاصه في المثلث

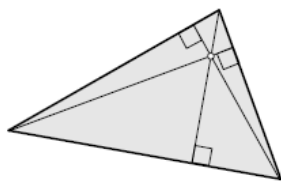


(57) العمود المتوسط هو المحل الهندسي لجميع النقاط التي تتواجد على أبعاد متساويه من طرفي قطعة معطاة .

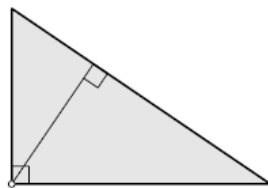


(58) منصف الزاوية هو المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعه على بعد متساوي من ساقي الزاوية.

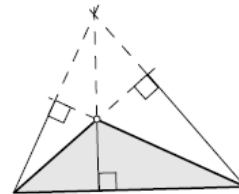
(59) جميع الارتفاعات في المثلث تلتقي في نقطه واحده , (والتي لا تتواجد حتماً داخل المثلث) .



حاد الزوايا

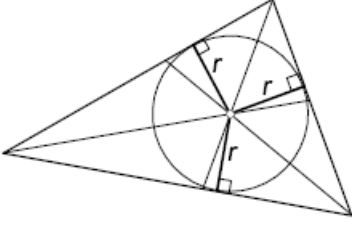


قائم الزاوية

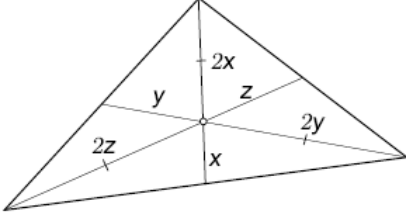


منفرج الزاوية

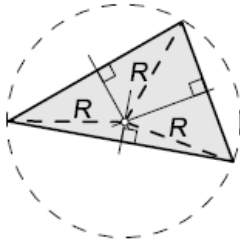
- (60) جميع منصفّات الزوايا في المثلث تلتقي في نقطه واحده ,
والتي هي مركز الدائره المحصوره داخل المثلث .



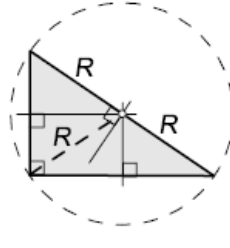
- (61) جميع المتوسطات في مثلث تتقاطع في نقطه واحده ,
بحيث تقسّم بعضها البعض بنسبة 2:1 بحيث تكون
القطعة الأكبر هي الأقرب الى رأس المثلث .



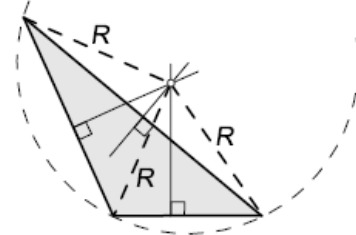
- (62) جميع الارتفاعات المقامه من منتصفات الاضلاع في مثلث
(أونكس أمضعييس) تلتقي في نقطه واحده , والتي هي مركز
الدائره التي تحصر المثلث .



حاد الزوايا

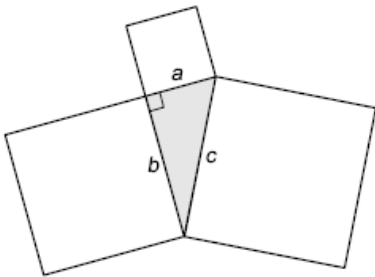


قائم الزاوية



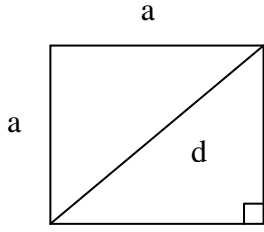
منفرج الزاوية

- (63) كل مثلث يمكن أن يحصر دائرة , وكذلك يمكن
حصره داخل دائرة .



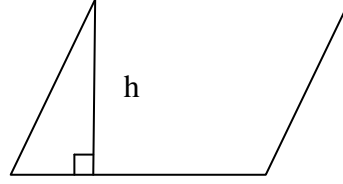
- (64) نظرية فيثاغوروس :
في مثلث قائم الزاوية مربع الوتر مساوي لمجموع
تربيع الضلعين القائمين , والعكس صحيح .
 $(a^2 + b^2 = c^2)$

مساحات أشكال هندسية



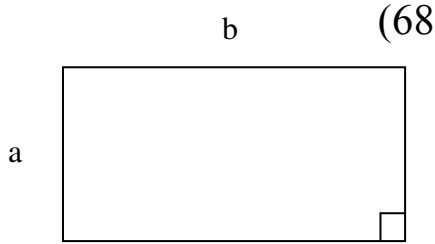
(66)

مربع: $S = a \cdot a = a^2 = 0.5d^2$



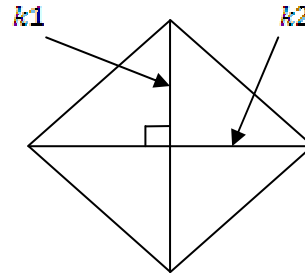
(65)

متوازي أضلاع: $S = a \cdot h$



(68)

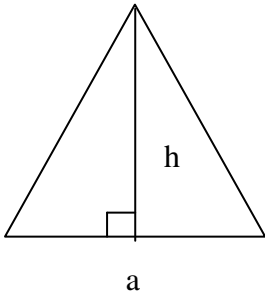
مستطيل: $S = a \cdot b$



(67)

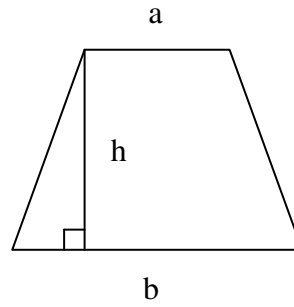
معين: $S = \frac{k1 \cdot k2}{2}$

ملاحظة: مساحة أي شكل رباعي هي: $S = \frac{k1 \cdot k2 \cdot \sin \alpha}{2}$



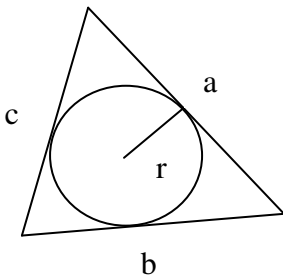
(70)

مثلث: $S = \frac{a \cdot h}{2}$



(69)

شبه منحرف: $S = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$



(71) مساحة مثلث بواسطة نصف

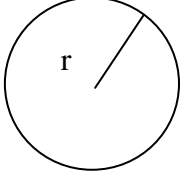
قطر الدائرة المحصورة داخله: $S = r \cdot p$

حيث أن: r - نصف قطر الدائرة المحصورة.
 p - نصف محيط المثلث.

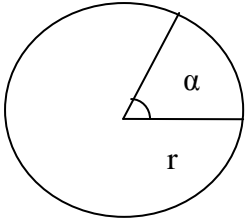
$p = 0.5 \cdot (a + b + c)$

$$S = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$

(72) معادلة هيرون :



(73) دائرة : مساحة: $S = \pi \cdot r^2$, محيط: $p = 2\pi \cdot r$



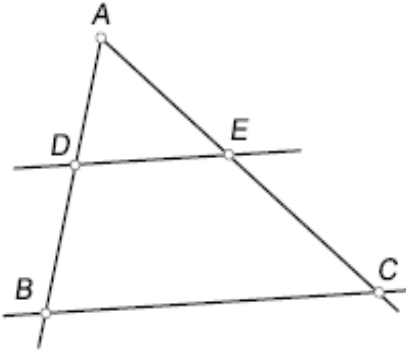
(74) قطاع (الزاوية) - مساحة: $S = (\alpha/360^0) \cdot \pi \cdot r^2$

طول القوس: $L = (\alpha/180^0) \cdot \pi \cdot r$

التناسب ونظرية طاليس

(75) نظرية طاليس :

المستقيمان المتوازيان واللذان يقطعان ساقي زاوية ما , يحدّدان على الساقين قطع متناسبة , والعكس صحيح.



$$DE \parallel BC \iff \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

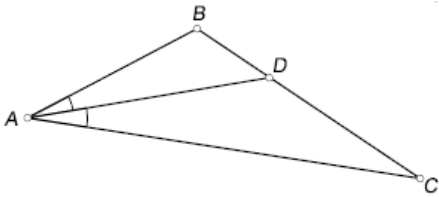
(76) نظرية طاليس الموسّعة :

المستقيم الموازي لضلع في مثلث يحدد مثلثاً آخرأ , بحيث تكون أضلاعه متناسبة مع أضلاع المثلث المعطى, والعكس صحيح.

$$DE \parallel BC \iff \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

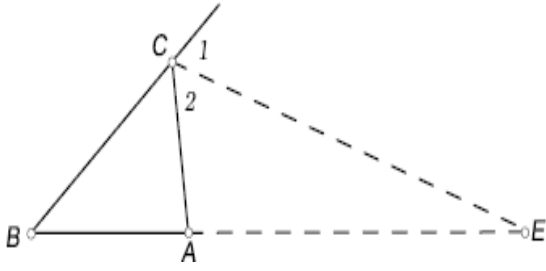
(77) نظرية منصف الزاوية الداخليه لمثلث:

منصف الزاوية الداخلية في مثلث يقسم الضلع المقابل للزاوية حسب النسبة بين الضلعين الحاصرين للزاوية , والعكس صحيح. وبالرموز :



$$\angle BAD = \angle CAD \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

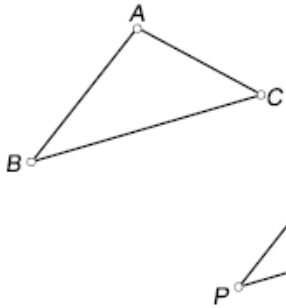
(78) نظرية منصف الزاوية الخارجية لمثلث:
 منصف الزاوية الخارجية لمثلث يقسم الضلع
 المقابل للزاوية خارج المثلث , بنفس النسبة بين
 الضلعين الحاصرين للزاوية الداخليه المجاورة
 لها , والعكس صحيح. وبالرموز :



$$\angle C_1 = \angle C_2 \iff \frac{BE}{AE} = \frac{BC}{AC}$$

تشابه مثلثات

تعريف : المثلثان $\triangle OPQ$ و $\triangle ABC$ يتشابهان عندما-



يتحقق التساوي : $\angle C = \angle Q , \angle A = \angle O , \angle B = \angle P$

وكذلك التناسب: $\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{OQ} = k$

بحيث ان k هو معامل التشابه (التناسب).

(79) يتشابه مثلثان حسب :

(أ) ز.ز.ز. (2.1.1): $\angle A = \angle O , \angle B = \angle P \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OPQ$

(ب) ض.ز.ض. (3.1.3): $\angle A = \angle O , \frac{AB}{OP} = \frac{AC}{OQ} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OPQ$

(ج) ض.ض.ض. (3.3.3): $\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{OQ} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OPQ$

(د) ض.ض.ز. (2.3.3): وهي نظرية التشابه الرابعة ,
 والمقصود فيها , عندما يتناسب ضلعان وتتساوى
 ايضاً الزاوية المقابلة للضلع الأكبر منهما , يتشابه المثلثان.

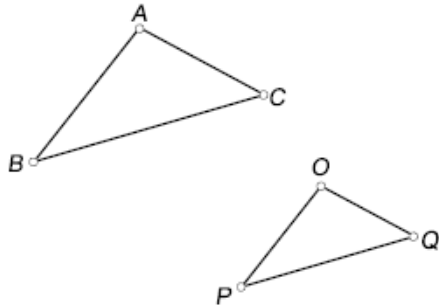
$$\frac{AB}{OP} = \frac{BC}{PQ} , BC > AB , \angle A = \angle O \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OPQ$$

مثال على نص نظرية التشابه الثانيه (ض, ز, ض) :
 اذا تناسب ضلعا مثلث مع ضلعي مثلث آخر وتساوت الزاويه المحصورة
 بينهما عندها يتشابه المثلثان.

$$\angle A = \angle O , \frac{AB}{OP} = \frac{AC}{OQ} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle OPQ$$

- نظريات ناتجه من تعريف تشابه المثلثات -

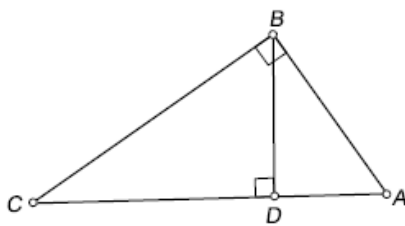
- (80) النسبة بين الارتفاعات مساويه لنسبة التشابه.
 (81) كذلك بالنسبة لمنصّفات الزوايا.
 (82) كذلك بالنسبة لمتوسّطات الأضلاع.
 (83) كذلك بالنسبة لمحيطات المثلثات.
 (84) كذلك بالنسبة لأنصاف أقطار الدائرتين المحصورتين في المثلث.
 (85) كذلك بالنسبة لأنصاف أقطار الدائرتين الحاصرتين للمثلث.
 (86) كذلك بالنسبة لمساحة المثلثين ولكن مع تربيع نسبه التشابه أي k^2 .
 وبالرموز :



$$\triangle ABC \sim \triangle OPQ \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OPQ}} = \left(\frac{AB}{OP} \right)^2$$

قطع متناسبه في مثلث قائم الزاوية

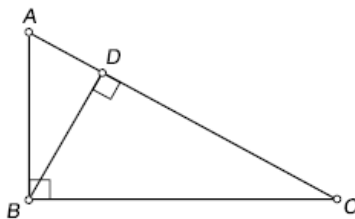
- (87) الارتفاع على الوتر في مثلث قائم الزاوية يُنتج ثلاثة أزواج مثلثات متشابهة .



$$\triangle ADB \sim \triangle BDC \sim \triangle ABC$$

- (88) الارتفاع على الوتر في مثلث قائم الزاوية هو معدل هندسي لظلي المعامدين على الوتر , وبالرموز :

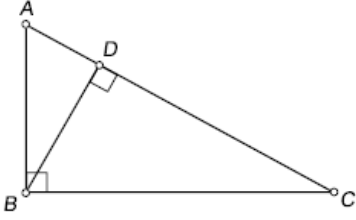
$$BD = \sqrt{AD \cdot CD}$$



(89) نظريه اقليدس :

كل ضلع قائم في مثلث قائم الزاوية هو معدل هندسي للوتر ولظل هذا القائم على الوتر , وبالرموز :

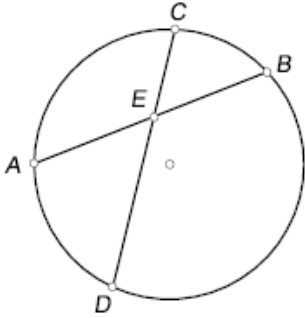
$$AB = \sqrt{AC \cdot AD} , BC = \sqrt{AC \cdot CD}$$



قطع متناسبه في الدائرة

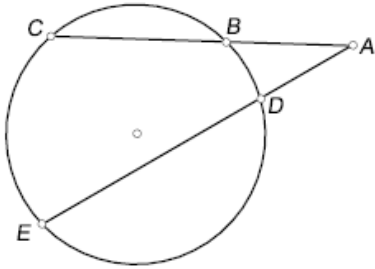
(90) الوتران المتقاطعان داخل دائرة يُنتجان قطع متناسبه بحيث أن حاصل ضرب قطع الوتر الأول مساوي لحاصل ضرب قطع الوتر الثاني , وبالرموز :

$$EA \cdot EB = EC \cdot ED$$



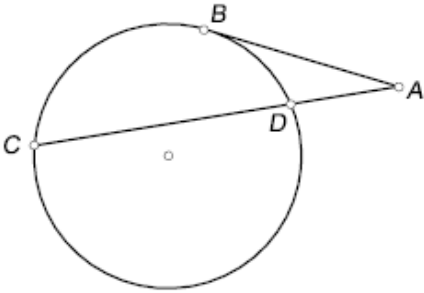
(91) القاطعان لدائرة والخارجان من نقطه واحده خارج الدائرة يُنتجان قطع متناسبه بحيث أن حاصل ضرب كل قاطع بقسمه الذي خارج الدائره هو قيمه ثابتة . وبالرموز :

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$



(92) اذا خرج من نقطه خارج الدائره مماس وقاطع , عندها يكون حاصل ضرب القاطع في قسمه الخارجي مساو لمربع المماس , وبالرموز :

$$AB^2 = AC \cdot AD$$



تشابه مضلعات

تعريف : نقول أن مضلعين ذوي نفس عدد الأضلاع هما مضلعان متشابهان إذا تساوت فيهما الزوايا على التناظر وأيضاً إذا تناسبت الأضلاع على التناظر.

ملاحظة : في المضلعات يجب أن يتحقق الشرطان معاً!

أمثلة عكسية : (1) مستطيل ومربع.

(2) معينين لهما أضلاع متناسبة ولكن زواياهما مختلفة.

(93) النسبة بين المحيطين لمضلعين متشابهين مساوية لنسبة التشابه k .

(94) النسبة بين المساحتين لمضلعين متشابهين مساوية لتربيع نسبه التشابه اي k^2 .

نظريات يمكن الاعتماد عليها بواسطة ذكر اسمها فقط :

- (أ) نظرية فيثاغورس.
- (ب) نظرية طاليس.
- (ج) النظرية العكسية لنظرية طاليس .
- (د) النظرية الموسعة لطاليس .
- (هـ) نظرية منصف الزاوية الداخلية في مثلث.
- (و) الزاوية بين مماس ووتر في دائرة.
- (ز) أربعة نظريات التطابق لمثلثات.
- (ح) أربعة نظريات التشابه لمثلثات.

مع تمنياتي بالنجاح
مركز الرياضيات

