

עוד שתי שאלות במשוואות

שאלה 1

נתונה הפונקציה $y = mx^2 + (m-2)x + (m-2)$.

א. עבור אילו ערכי m חותך גרף הפונקציה את ציר x בשתי נקודות שונות?

ב. עבור אילו ערכי m הפונקציה מקבלת ערכים שליליים עבור כל ערך של x ?

פתרון:

$$y = mx^2 + (m-2)x + (m-2)$$

א. התנאים הנדרשים: (1) $a \neq 0$ (2) $\Delta > 0$

$$(1) \underline{a \neq 0}: \quad m \neq 0$$

$$(2) \underline{\Delta > 0}: \quad (m-2)^2 - 4m(m-2) > 0 \Rightarrow (m-2)(m-2-4m) > 0$$

$$(m-2)(-3m-2) > 0 \Rightarrow m_1 = 2, m_2 = -\frac{2}{3}, a_m = -3 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \text{+} \\ \text{---} \\ -\frac{2}{3} \quad 2 \end{array} \Rightarrow \underline{-\frac{2}{3} < m < 2}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow \underline{-\frac{2}{3} < m < 2}$$

ב. התנאים הנדרשים: (1) $a < 0$ (2) $\Delta < 0$

$$(1) \underline{a < 0}: \quad m < 0$$

$$(2) \underline{\Delta < 0}: \quad (m < -\frac{2}{3}) \cup (m > 2) \quad (\text{ע"פ סעיף א' (ראה ציור)})$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow \underline{m < -\frac{2}{3}}$$

שאלה 2

נתונה המשוואה: $\frac{-20x}{m^2+3m-4} + \frac{mx}{m+4} = 5$

א. עבור אילו ערכי m יש פתרון למשוואה?

ב. עבור אילו ערכי m פתרון המשוואה הוא חיובי?

פתרון:

א. נפרק את המכנה של המחובר הראשון באגף שמאל (טרינום):

$$m^2 + 3m - 4 = 0$$

$$m_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \Rightarrow m_1 = 1, m_2 = -4 \Rightarrow m^2 + 3m - 4 = (m-1)(m+4)$$

$$\frac{-20x}{m^2+3m-4} + \frac{mx}{m+4} = \frac{-20x}{(m+4)(m-1)} + \frac{mx}{m+4} = 5 \Rightarrow m \neq 1, m \neq -4$$

$$\Rightarrow -20x + mx(m-1) = 5(m+4)(m-1) \Rightarrow x(-20 + m^2 - m) = 5(m+4)(m-1) \quad (*)$$

$$m^2 - m - 20 = 0 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow m_1 = 5, m_2 = -4 \Rightarrow m^2 - m - 20 = (m-5)(m+4)$$

$$(*) \quad \underline{x(m-5)(m+4) = 5(m+4)(m-1)} \Rightarrow x = \frac{5(m+4)(m-1)}{(m-5)(m+4)} = \frac{5(m-1)}{m-5}$$

עבור $m = 5$ נקבל בכוכבית (*): $0 = 180$ - סתירה

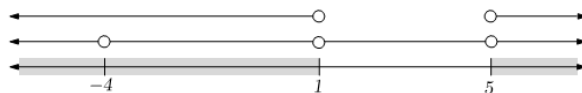
⇐ למשוואה יש פתרון כאשר: $m \neq 1, m \neq -4, m \neq 5$

ב.

$$\frac{5(m-1)}{m-5} > 0 \quad / \cdot (m-5)^2 \Rightarrow 5(m-5)(m-1) > 0 \quad / : 5 \Rightarrow (m-5)(m-1) > 0$$

$$m_1 = 1, m_2 = 5, a = 1 > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} + \\ | \\ - \\ | \\ + \end{array} \Rightarrow (m < 1) \cup (m > 5)$$

חיתוך עם תנאי סעיף א':



$$\left((m < 1) \cup (m > 5) \right) \cap (m \neq 1, -4, 5) \Rightarrow (m < -4) \cup (-4 < m < 1) \cup (m > 5)$$