

## עוד שאלה באי שוויונים

### שאלה

מצא עבור אילו ערכי  $m$  מתקיים:  $m^2 x^2 - mx^2 + 3mx - 7 > mx^2 + 15x^2 + 2mx - 8$   
עבור כל  $x$  ממשי, כאשר:  $m \neq -3, 5$ .

### פתרון:

$$m^2 x^2 - mx^2 + 3mx - 7 > mx^2 + 15x^2 + 2mx - 8$$

$$(m^2 - 2m - 15)x^2 + mx + 1 > 0$$

נבדוק מתי הביטוי הוא ריבועי:

$$a = m^2 - 2m - 15 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow m_{1,2} = \frac{2 \pm 8}{2} = 1 \pm 4 \Rightarrow m_1 = 5, m_2 = -3$$

נתון:  $m \neq -3, 5$  לכן הביטוי הוא ריבועי לכל  $m \neq -3, 5$  ואין צורך לבדוק מקרים אלו.

אי השוויון מתקיים לכל  $x$  אם גרף הפונקציה הריבועית:  $y = (m^2 - 2m - 15)x^2 + mx + 1$   
הוא פרבולה מרחפת מעל ציר  $x$ : + התנאים לכך:

$$(1) \underline{a_x > 0} \quad a_x = m^2 - 2m - 15 > 0; \quad a_m = 1 > 0, \quad m_1 = -3, \quad m_2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} + \\ \text{---} \\ -3 \quad 5 \end{array} \Rightarrow \underline{(m < -3) \cup (m > 5)}$$

$$(2) \underline{\Delta < 0}: \quad \Delta = m^2 - 4(m^2 - 2m - 15) = -3m^2 + 8m + 60 < 0$$

$$m_{1,2} = \frac{-8 \pm 28}{-6} = \frac{-4 \pm 14}{-3} \Rightarrow m_1 = -\frac{10}{3} = -3\frac{1}{3}, \quad m_2 = 6, \quad a_m = -3 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} - \\ \text{---} \\ -3\frac{1}{3} \quad 6 \end{array} \Rightarrow (m < -3\frac{1}{3}) \cup (m > 6)$$



$$(1) \cap (2) \Rightarrow \underline{(m < -3\frac{1}{3}) \cup (m > 6)}$$