

## חקירת המשוואה הריבועית

**.1**

נתונה המשוואה:  $(m-1)x^2 - 2mx + (m+3) = 0$ .

עבור אילו ערכים של  $m$  יהיו שורשי המשוואה ממשיים וחיוביים?

**.2**

נתונה משפחת הפונקציות  $y = mx^2 - (2m+1)x + m + 2$

(דהיינו, לכל ערך של  $m$  מתקבלת פונקציה מתוך המשפחה).

**א.** עבור אילו ערכי  $m$  גרף הפונקציה חותך את ציר  $x$  בשתי נקודות שונות?

**ב.** עבור אילו ערכי  $m$  שתי נקודות חיתוך של הגרף עם ציר  $x$  נמצאות משני צדי הראשית  $(0, 0)$ ?

**.3**

נתונה משפחת המשוואות  $|m| \cdot (x+1)^2 - 2x + m = 0$  ( $m$  פרמטר)

מצא עבור אילו ערכים של  $m$ :

**א.** מתקבלת משוואה ריבועית שיש לה שני שורשים ממשיים שונים.

**ב.** מתקבלת משוואה ריבועית שיש לה שני שורשים חיוביים.

**.4**

נתונה משפחת המשוואות  $x^2 - (m-3)x - 8m - 4 = 0$  ( $m$  פרמטר).

**א.** עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה המתקבלת שורשים ממשיים?

**ב.** (4 יח') מצא את השורש השני של המשוואה מתוך המשפחה, אשר שורש אחד שלה הוא 0.

**ג.** (5 יח') הראה שאין ערך של  $m$  עבורו מתקבלים שני שורשים חיוביים.

**.5**

נתונה המשוואה:  $kx^2 + (k+1)x + k = 0$ .

**א.** עבור אילו ערכים של  $k$  יהיו למשוואה הנ"ל שני פתרונות ממשיים שונים?

**ב.** האם ייתכן שאחד הפתרונות יהיה חיובי והשני יהיה שלילי? נמק את תשובתך.

### תשובות

**.1**  $(m < -3) \cup (1 < m \leq 1.5)$

**.2** **א.**  $(m < 0) \cup (0 < m < \frac{1}{4})$  **ב.**  $-2 < m < 0$

**.3** **א.**  $(m < -1) \cup (-1 < m < 0) \cup (0 < m < \sqrt{2} - 1)$  **ב.**  $0 < m < \sqrt{2} - 1$

**.4** **א.**  $(m \leq -25) \cup (m - 1)$  **ב.**  $x_2 = -3\frac{1}{2}$

**.5** **א.**  $(-\frac{1}{3} < k < 0) \cup (0 < k < 1)$  **ב.** לא

6.

נתונה המשוואה:  $x^2 - 2(m-1)x - m^2 + m + 6 = 0$  (מספר ממשי).  
קבע עבור אילו ערכים של  $m$ :

א. שני השורשים של המשוואה הם ממשיים ושונים.

ב. שני השורשים של המשוואה הם ממשיים, שליליים ושונים.

7.

נתונה המשוואה:  $(3a-4)x^2 + 2(a-2)x + a - 2 = 0$ .

עבור אילו ערכים של  $a$  (אם יש כאלה) יהיו למשוואה זו:

א. פתרון אחד חיובי ואחד שלילי.

ב. שני פתרונות חיוביים השונים זה מזה.

ג. שני פתרונות שליליים השונים זה מזה.

8.

נתונה המשוואה:  $x^2 - 2(m-1)x - 6m + 13 = 0$ .

מצא עבור אילו ערכים של  $m$  יהיו שורשי המשוואה בעלי אותו סימן,

וההפרש בין השורש הגדול לבין השורש הקטן יהיה קטן מ-6.

9.

נתונה המשוואה:  $\frac{1}{m-1}x^2 + 3x + 2m - 3 = 0$ .

א. עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה לפחות שורש ממשי אחד?

ב. עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה לפחות שורש ממשי אחד חיובי?

10.

נתונה הפונקציה:  $y = x^2 + (1-m)x + (4-m)$ .

א. עבור אילו ערכי  $m$  גרף הפונקציה חותך את ציר  $x$  בשתי נקודות שונות?

ב. עבור אילו ערכי  $m$  שתי נקודות החיתוך שבסעיף א' נמצאות בחלק החיובי של ציר  $x$ ?

### תולדות

6. א.  $(m < -1) \cup (m > 2\frac{1}{2})$  ב.  $-2 < m < -1$

7. א.  $\frac{4}{3} < a < 2$  ב. אין ג.  $1 < a < \frac{4}{3}$

8.  $(-7 < m < -6) \cup (2 < m < 2\frac{1}{6})$

9. א.  $(m < -3) \cup (m > 1)$  ב.  $(m \leq -3) \cup (1 < m < 1\frac{1}{2})$

10. א.  $(m < -5) \cup (m > 3)$  ב.  $3 < m < 4$

**11.** נתונה המשוואה:  $x^2 + (5 - 3m)x + 2m^2 - 6m + 4 = 0$ .

- א.** הראה כי לכל ערך של  $m$  למשוואה פתרון ממשי.  
**ב.** עבור אילו ערכי  $m$  יש לשני שורשי המשוואה אותו סימן?

**12.** נתונה המשוואה:  $4x^2 + (3m + 5)x + m^2 + 3 = 0$ .

- א.** מצא עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה לפחות שורש ממשי אחד.  
**ב.** הוכח שלא יכולים להיות למשוואה שורשים שוני סימן.

**13.** נתונה הפונקציה:  $y = (m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 5$  ( $m \neq 1$ ).

- א.** עבור אילו ערכי  $m$ , גרף הפונקציה חותך את ציר  $x$  בשתי נקודות שונות הנמצאות בחלק החיובי של ציר  $x$ ?  
**ב.** עבור אילו ערכי  $m$ , גרף הפונקציה חותך את ציר  $x$  בשתי נקודות הנמצאות משני צדי ציר  $y$ , ובמרחקים שווים ממנו?

**14.** נתונה המשוואה:  $mx^2 + (m - 1)x + m - 1 = 0$  ( $m \neq 0$ ).

- א.** עבור אילו ערכים של  $m$  יש למשוואה שני שורשים ממשיים שונים שהם שווי-סימן?  
**ב.** האם יש ערך של  $m$  שעבורו שני השורשים הם שווי-סימן וסכומם הוא 2? נמק.

**15.**

נתונה הפרבולה  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 2$ ,  $m \neq \pm 1$ .

- א.** מצא עבור אילו ערכים של  $m$  הפרבולה נמצאת כולה מעל הישר  $y = 1$ .  
**ב.** מצא עבור אילו ערכים של  $m$  הפרבולה חותכת את ציר  $x$  בשתי נקודות שונות, הנמצאות משמאל לראשית הצירים.

**16.**

נתונות שתי פונקציות:  $y = -x^2 + 3x - m$ ,  $y = (m - 4)x^2 + (2m - 3)x - 2m - 1$ .

- א. (1)** מצא עבור איזה ערך של  $m$  הגרפים של שתי הפונקציות נחתכים בנקודה אחת בלבד.  
**(2)** מצא את השיעורים של נקודת חיתוך זו.  
**ב.** מצא עבור אילו ערכים של  $m$  הגרפים של שתי הפונקציות נחתכים בשתי נקודות, הנמצאות באותו צד של ציר  $y$ .

**תשובות**

**14. א.**  $-\frac{1}{3} < m < 0$  **ב.** לא

**15. א.**  $m > 1$  **ב.**  $-3 < m < -1$

**16. א. (1)**  $m = 1$  **(2)**  $(-1, -5)$

**ב.**  $-1 < m < 1$

**11. ב.**  $(m < -1) \cup (m > 2)$

**12. א.**  $1 \leq m \leq 3\frac{2}{7}$

**13. א.**  $(-3 < m < -2\frac{1}{2}) \cup (1 < m < 2)$

**ב.**  $m = -1$