

שתי שאלות באי שוויונים

שאלה 1

מצאו עבור אילו ערכי m מתקיים:

$$-x^2 + mx + m + 1 < 2x + 6$$

לכל x ממשי.

פתרון

נעביר את כל האברים לאגף ימין ונקבל אי-שוויון שקול:

$$x^2 + (2-m)x + 5-m > 0$$

הביטוי משמאל יהיה חיובי עבור כל x ממשי, כאשר ורק כאשר הדיסקרימיננטה שלו קטנה מ-0:

$$(2-m)^2 - 4(5-m) < 0$$

$$4 - 4m + m^2 - 20 + 4m < 0$$

$$m^2 < 16$$

תשובה:

$$|m| < 4$$

או:

$$-4 < m < 4$$

$$P(\text{לא זכאי} \mid \text{בית ספר ב}) = \frac{13\%}{25\%} = 0.52$$

שאלה 2

מצאו עבור אלו ערכי m מתקיים $x^2 + mx + m^2 > 3x$ לכל x ממשי.

פתרון

$$x^2 + mx + m^2 > 3x$$

$$x^2 + (m-3)x + m^2 > 0$$

אי שוויון זה יתקיים אם הדיסקרימיננטה של אי השוויון תהיה שלילית (כיוון שהתיאור הגרפי של אי השוויון הוא פרבולה "מחייכת"). נחשב את הדיסקרימיננטה ונבדוק עבור אלו ערכי m היא שלילית:

$$\Delta = (m-3)^2 - 4m^2 = m^2 - 6m + 9 - 4m^2 < 0$$

$$3m^2 + 6m - 9 > 0$$

$$m^2 + 2m - 3 > 0$$

שוב קיבלנו משוואה של פרבולה "מחייכת". ערכי ביטוי זה שליליים בין שרשי המשוואה $m^2 + 2m - 3 = 0$, וחיוביים מעבר להם. נפתור את המשוואה:

$$m_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1+3} = -1 \pm 2 = \begin{cases} -1-2 = -3 \\ -1+2 = 1 \end{cases}$$

ולכן הדיסקרימיננטה שלילית בתחום $m < -3, m > 1$, וזהו תחום אלו ערכי m עבורם $x^2 + mx + m^2 > 3x$ לכל x ממשי.