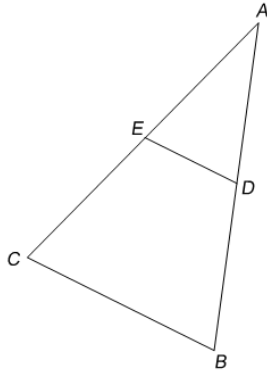


שאלת אקסטרה בגיאומטריה אנליטית

שאלה



2. משולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

נקודה D היא אמצע השוק AB

ונקודה E היא אמצע השוק AC.

הקטע DE מונח על הישר $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$,

והשוק AC מונחת על הישר $y = x + 2$.

הנקודה $(2, -20)$ נמצאת על ישר שעליו מונחת השוק AB.

א. (1) מצא את השיפוע של השוק AB.

(2) מצא את משוואת הישר שעליו מונח הבסיס BC.

ב. דרך הנקודות B ו-C עובר מעגל שמרכזו $M(2, y)$.

מצא את שיעור y של מרכז המעגל.

פתרון

א. (1)

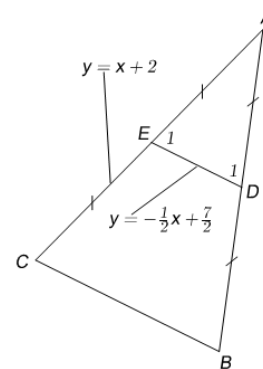
$$AC = AB \Rightarrow \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AE = AD \Rightarrow \angle E_1 = \angle D_1$$

$$m_{AE} = 1, \quad m_{ED} = -\frac{1}{2}, \quad m_{AD} = q$$

$$\operatorname{tg} \angle E_1 = \operatorname{tg} \angle D_1 \Rightarrow \frac{m_{AE} - m_{ED}}{1 + m_{AE} \cdot m_{ED}} = \frac{m_{ED} - m_{AD}}{1 + m_{ED} \cdot m_{AD}}$$

$$\frac{1 - (-\frac{1}{2})}{1 + 1 \cdot (-\frac{1}{2})} = \frac{-\frac{1}{2} - q}{1 + (-\frac{1}{2}) \cdot q} \Rightarrow \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2} - q}{1 - \frac{1}{2}q} \Rightarrow 3 = \frac{-1 - 2q}{2 - q}$$

$$\frac{1 + 2q}{q - 2} = 3 \Rightarrow 1 + 2q = 3q - 6 \Rightarrow q = 7 \Rightarrow m_{AB} = 7$$



(2)

$$\underline{y_{AB}}: m_{AB} = 7, \quad (2, -20) \in y_{AB} \Rightarrow y + 20 = 7(x - 2) = 7x - 14 \Rightarrow \underline{y = 7x - 34}$$

$$\underline{y_{AB}}: m_{AB} = 7, (2, -20) \in y_{AB} \Rightarrow y + 20 = 7(x - 2) = 7x - 14 \Rightarrow \underline{y = 7x - 34}$$

$$\underline{A}: y_{AC} = y_{AB} \Rightarrow x + 2 = 7x - 34 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow y = 6 + 2 = 8 \Rightarrow \underline{A(6, 8)}$$

$$\underline{E}: y_{AC} = y_{ED} \Rightarrow x + 2 = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \Rightarrow 2x + 4 = -x + 7 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow y = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \underline{E(1, 3)}$$

$$\underline{C}: AE = EC \Rightarrow \frac{x_A + x_C}{2} = x_E \Rightarrow \frac{6 + x_C}{2} = 1 \Rightarrow x_C = -4$$

$$\frac{y_A + y_C}{2} = y_E \Rightarrow \frac{8 + y_C}{2} = 3 \Rightarrow y_C = -2 \Rightarrow \underline{C(-4, -2)}$$

$$\underline{y_{BC}}: AE = EC, AD = DB \Rightarrow ED \parallel CB \Rightarrow m_{BC} = m_{DE} = -\frac{1}{2}$$

קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית

$$C(-4, -2) \in y_{BC} \Rightarrow y + 2 = (-\frac{1}{2})(x + 4) \Rightarrow y + 2 = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow \underline{y = -\frac{1}{2}x - 4}$$

.ג

$$\underline{B}: y_{AB} = y_{BC} \Rightarrow 7x - 34 = -\frac{1}{2}x - 4 \Rightarrow 14x - 68 = -x - 8 \Rightarrow 15x = 60$$

$$\Rightarrow x_B = 4 \Rightarrow y_B = 7 \cdot 4 - 34 = -6 \Rightarrow \underline{B(4, -6)}$$

$$\underline{y}: M(2, y), R^2 = MB^2 = MC^2 \Rightarrow (2 - 4)^2 + (y + 6)^2 = (2 + 4)^2 + (y + 2)^2$$

$$4 + y^2 + 12y + 36 = 36 + y^2 + 4y + 4 \Rightarrow 8y = 0 \Rightarrow \underline{y = 0}$$