

# שתי שאלות בגיאומטריה אנליטית

## שאלה 1

נתונות הנקודות  $O$  ראשית הצירים,  $A(4,0)$  ו-  $B(0,8)$ .  
מנקודה  $D$ , הנמצאת על הקטע  $OA$  (אינה מתלכדת עם קצות הקטע), מעלים אנך לציר  $x$ .  
אנך זה חותך את הישר  $AB$  בנקודה  $C$ .  
מצא את המקום הגאומטרי של נקודות החיתוך של הישרים  $OC$  ו-  $BD$ .

## פתרון

נסמן את נקודת החיתוך של הישרים

$T(p, q)$  ו-  $OC$  ו-  $AB$

$$y_{OC} : m_{OC} = m_{OT} = \frac{q-0}{p-0} = \frac{q}{p}, \quad O(0,0) \Rightarrow y_{OC} = \frac{q}{p}x$$

$$y_{AB} : m = \frac{8-0}{0-4} = -2, \quad A(4,0) \Rightarrow y-0 = -2(x-4) \\ \Rightarrow y_{AB} = -2x+8$$

$$x_C : y_{AB} = y_{OC} \Rightarrow -2x+8 = \frac{q}{p}x \Rightarrow -2px+8p = qx$$

$$8p = 2px + qx = (2p+q)x \Rightarrow x_C = \frac{8p}{2p+q}$$

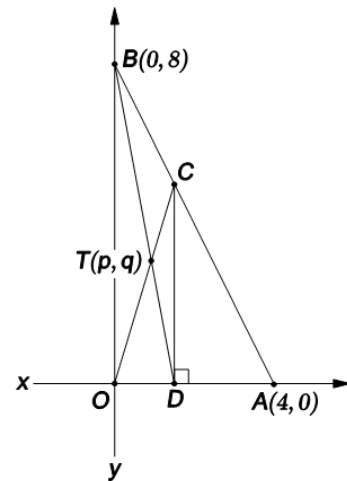
$$y_{BD} : x_D = x_C \Rightarrow D\left(\frac{8p}{2p+q}, 0\right) \Rightarrow m_{BD} = \frac{8-0}{0-\frac{8p}{2p+q}} = -\frac{2p+q}{p}$$

$$B(0,8) \Rightarrow y-8 = -\frac{2p+q}{p}(x-0) \Rightarrow y_{BD} = -\frac{2p+q}{p}x+8$$

$$T(p, q) \in y_{BD} \Rightarrow q = -\frac{2p+q}{p} \cdot p + 8 \Rightarrow q = -2p - q + 8$$

$$\Rightarrow 2q = -2p + 8 \Rightarrow q = -p + 4$$

$$0 < x_D < 4 \Rightarrow y = -x + 4, \quad 0 < x < 4$$



## שאלה 2

- א. שניים מקדקודי משולש ABC הם:  $B(0, -2)$  ו-  $C(0, 6)$ .  
 חוצה-זווית A חותך את הצלע BC בנקודה  $(0, 0)$  (קדקוד A אינו על ציר y).  
 מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות האפשריות עבור קדקוד A.  
 ב. האם אפשר לחסום מלבן שהיקפו 12 י"א, במקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א? נמק. (שים לב: קדקודי המלבן מונחים על המקום הגאומטרי).

## פתרון

א.

$$\angle A_1 = \angle A_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BO}{CO} \Rightarrow \frac{\sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2}}{\sqrt{(x-0)^2 + (y-6)^2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad /(\quad)^2$$

משפט חוצה-זווית במשולש

$$\frac{x^2 + y^2 + 4y + 4}{x^2 + y^2 - 12y + 36} = \frac{1}{9}$$

$$9x^2 + 9y^2 + 36y + 36 = x^2 + y^2 - 12y + 36$$

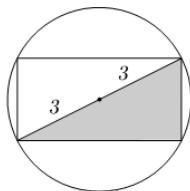
$$8x^2 + 8y^2 + 48y = 0 \quad /: 8 \Rightarrow x^2 + y^2 + 6y = 0$$

A אינו על ציר y

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6y + 9 = 9 \Rightarrow x^2 + (y+3)^2 = 9, \quad x \neq 0$$

השלמה לריבוע

שני חצאי מעגל (לא נדרש)



## ב. לא.

- נימוק: אלכסון מלבן החסום במעגל הוא קוטר במעגל (זווית היקפית ישרה נשענת על קוטר).  
 אורך הקוטר הוא  $2R = 2 \cdot 3 = 6$ .  
 מחצית ההיקף ( $\frac{12}{2} = 6$ ) הוא סכום ניצבי המשולש שאלכסון המלבן הוא יתר בו.  
 ומתקיים שסכום הניצבים שווה לאורך היתר.  
 סתירה לכך שסכום האורכים של כל שתי צלעות במשולש גדול מאורך הצלע השלישית.