

## פיתגורס --- אבי תורת המספרים

פיתגורס ידוע בגלל משפט גיאומטרי הנקרא על שמו .  
אבל תרומתו הראשונה והמקורית בתורת המספרים אינה נזכרת בספרי המתמטיקה .  
פיתגורס היה מאמין כי המציאות מורכבת ממספרים טבעיים או במילים שלו : "הכול מספר".  
נקודת המוצא המשונה שלו בדבר היות כל הדברים עשויים מצירוף של מספרים . אמונתו הפכה אותו ליוצר של תורת המספרים .  
פיתגורס אהב מוסיקה וצלילים מדויקים ונעימים לאוזן , ומצא כי היחס בין צלילים מדויקים של מיתר מתקבלים כאשר יחסי האורך של המיתרים מבוטאים במספרים שלמים .  
פיתגורס מצא תכונות , עקרונות ומאפיינים מתמטיים מדויקים וטהורים עם רעיונות מיסטיים המעניקים למספרים נשמה, תנועה ודינמיות .  
המספר 1 ( יסוד התבונה ) : יוצר את כל המספרים ובעצמו אינו מספר . גם היום נחשב 1 למספר חריג שאינו ראשוני ואינו פריק . המספר 1 מהווה מכשיר תבונתי רב- עוצמה להבנת היקום והאדם הקיים בו .  
פיתגורס הגדיר את המספרים הזוגיים - מספרים נקביים ואת האי זוגיים כמספרים זכריים . ההבדלים בין גברים ובין נשים (הנשים לפי פיתגורס הן שמימיות מסיסות ולא יציבות) כמו המספרים הזוגיים שאינם "יציבים" ונמסים תמיד עם חלוקתם ב-2, ואילו הגברים הם יציבים ולא מסיסים כמו חלק גדול מהמספרים האי זוגיים הראשוניים .  
המספר 2 ( יסוד הסברה ) : מהווה את יסוד הסברה .  
המספר 3 ( יסוד ההרמוניה ) : מהווה את המספר הזכרי הראשון . הקשר של 3 למשולש- המהווה מבנה יציב חזק והרמוני .  
המספר 4 ( יסוד הצדק ) המספר הנקבי השני .

המספר 5 (יסוד הנישואים) נישואים נוצרים בין זכר לבין נקבה..ובכן,  
 המספר הנקבי הראשון-2 ועוד המספר הזכרי הראשון-3 נותנים לנו את  
 הסכום 5 .

המספר 6 (יסוד הבריאות) מספר מושלים או משוכלל הוא המספר השווה  
 לסכום מחלקיו :  $6=3+2+1$  כמו גם  $28=14+7+4+2+1$ .  
 המספר 10 (המספר הקדוש) היותו סכום ארבעת המספרים  
 הראשוניים(לא ראשוניים) :  $10=1+2+3+4$ .

חשוב לזכור כי פיתגורס ראה במספר אוסף של אחדות ולכן עיסוקו היה  
 רק במספרים טבעיים וביחסים ביניהם.

פיתגורס גילה כמה מהמספרים המושלמים : 6,28,496,8128 .  
 המספר המושלם הבא הוא 33550336 הנמצא מעבר לתחום המספרים  
 בהם התעסק פיתגורס . המספר שאחריו 8589869056 .

תכונה נוספת למספרים מושלמים היותם סכום של מספים עוקבים כמו  
 $6=3+2+1$

$$28=7+6+5+4+3+2+1$$

$$496= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6+...+9+10+ 11+...+30+31$$

קסם של עיסוק במספרים בכלל ובמספרים מושלמים בפרט הדביק את  
 המתמטיקאים שבאו אחרי פיתגורס ושל העת החדשה.

למשל : סכום המספרים ההופכיים של מחלקי המספרים המושלמים  
 כולל ההופכי של המספר המושלם עצמו, אך ללא הגורם 1 שווה ל-1 :

$$1 = 1\backslash 6 + 1\backslash 3 + 1\backslash 2$$

$$1 = 1\backslash 28 + 1\backslash 14 + 1\backslash 7 + 1\backslash 4 + 1\backslash 2$$

תכונה נוספת של המספרים המושלמים : אם מחברים את הספרות  
 המרכיבות מספר מושלם וחוזרים על התהליך עד לקבלת מספר חד

ספרתי מקבלים תמיד 1!

$$1 = 1+0 \longleftarrow 10 = 2+8 \longleftarrow 28$$

$$1 = 0+1 \longleftarrow 10 = 9+1 \longleftarrow 19 = 4+9+6 \longleftarrow 496$$

$$1 = 1+0 \dots 10 = 1+9 \dots = 19 = 8+2+1+8 \longleftarrow 8128$$

פיתגורס הגדיר מספרים חסרים ומספרים עודפים .

**מספרים חסרים** : הם המספרים שסכום מחלקיהם קטן מהמספר עצמו .

$$15 \text{ מספר חסר כי } 15 > 9 = 1+3+5 .$$

$$16 \text{ מספר חסר כי } 16 > 15 = 1+2+4+8 .$$

**מספרים עודפים** : הם מספרים שסכום מחלקיהם גדול מהמספר עצמו .

$$12 \text{ מספר עודף כי } 12 < 16 = 1+2+3+4+6$$

$$18 \text{ מספר עודף כי } 18 < 21 = 1+2+3+6+9$$

פיתגורס מצא שמספרים המהווים חזקות של 2 , כמו 2, 4, 8, 16 הם מספרים חסרים. וקרא למספרים שחסר להם רק 1 כדי להיות מושלמים: חסרים במעט , למשל:

$$\text{סכום מחלקי 8 הוא } 8 > 7 = 1+2+4$$

$$\text{סכום מחלקי 4 הוא } 4 > 3 = 1 + 2$$

$$\text{סכום מחלקי 2 הוא } 2 > 1 .$$

לעומת זאת הוא ניסה ולא הצליח למצוא מספרים עודפים במעט (סכום מחלקי המספרים גדול ב-1 מהמספר עצמו) . ועד היום לא נמצאו ("אנדרו ווילס" הוכיח בשנת 1995 את הבעיה הפתוחה הזו של התנהגות מספרים) .

### **מספרים ידידותיים:**

פיתגורס חקר את הקשרים בין מחלקים של זוגות מספרים והגדיר זוגות של מספרים ידידותיים . זוג מספרים נקרא ידידותי אם סכום מחלקי המספר האחר ללא המספר עצמו שווה למספר האחר וסכום מחלקי המספר האחר שווה למספר הראשון .. הזוג שמצא פיתגורס היה: 220 ו- 284 . המחלקים של 220 הם :

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284 !$$

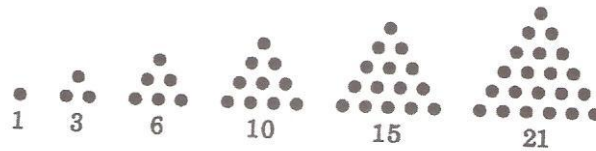
$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220 !$$

המתמטיקאי "פרמה" מצא ב 1636 זוג נוסף של מספרים ידידותיים : 17296 ו- 18416 .

"דקארט", מצא בשנת 1638 את זוג המספרים : 9363584 ו-9437056.  
 ב-1750 הוסיף "אוילר" עוד 62 זוגות של מספרים ידידותיים! היום  
 בזכות המחשב ידועים כ-1000 זוגות של מספרים ידידותיים .  
 פיתגורס חקר את תכונות המספרים באמצעות תיאור גרפי של אבנים  
 קטנות (פסיפו -- אריתמטיקה). סיווג מספרים לפי הצורה הגיאומטרית  
 המתקבלת מסידורן של האבנים.

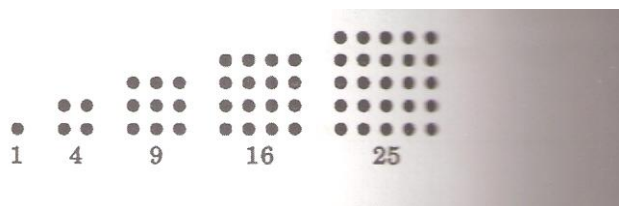
**מספרים משולשים :**

למספרים 1, 3, 6, 10, 15, 21..... הוא קרא מספרים משולשים כי ניתן  
 לסדרם בצורת משולש שווה שוקיים .  
 כל מספר נבנה על קודמו באמצעות הוספת מספר העוקב למספר הקודם.



**מספרים ריבועיים :**

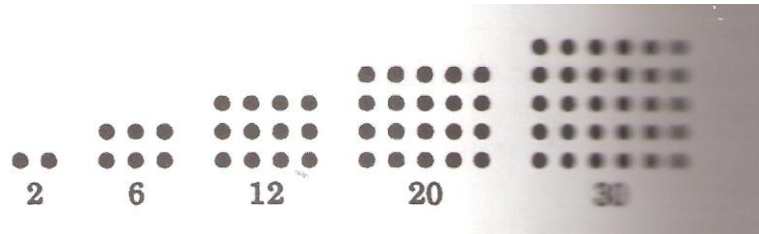
המספרים 1, 4, 9, 16, 25..... אפשר לסדרם עם אבנים או עם נקודות  
 בצורת ריבועים. כל מספר ריבועי נוצר מהמספר הקודם על ידי הוספת  
 מספר אי-זוגי עוקב .



. הוספת 3 ל-1 יוצרת את 4 .  
 הוספת 5 ל-4 יוצרת את 9 .

## מספרים מלבניים :

המספרים 2, 6, 12, 20, ..... כל מספר בסדרה זו מתקבל מהוספת מספר זוגי לקודמו.



$$6 = 4 + 2$$

$$12 = 6 + 6$$

$$20 = 12 + 8$$

$$30 = 20 + 10$$

פיתגורס הגדיר באמצעות האבנים - נקודות גם מספרים מחומשים , משושים וכך הלאה..