

איך לקבל נוסחה למציאת שיעורי קודקוד הפרבולה

למציאת שיעורי קודקוד הפרבולה: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ משתמשים

בנוסחאות: $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$. מה מקור הנוסחאות?

דרך אחת: שימוש בשיקולי סימטריה

הפרבולה חותכת את ציר ה- y בנקודה $P(0, c)$.

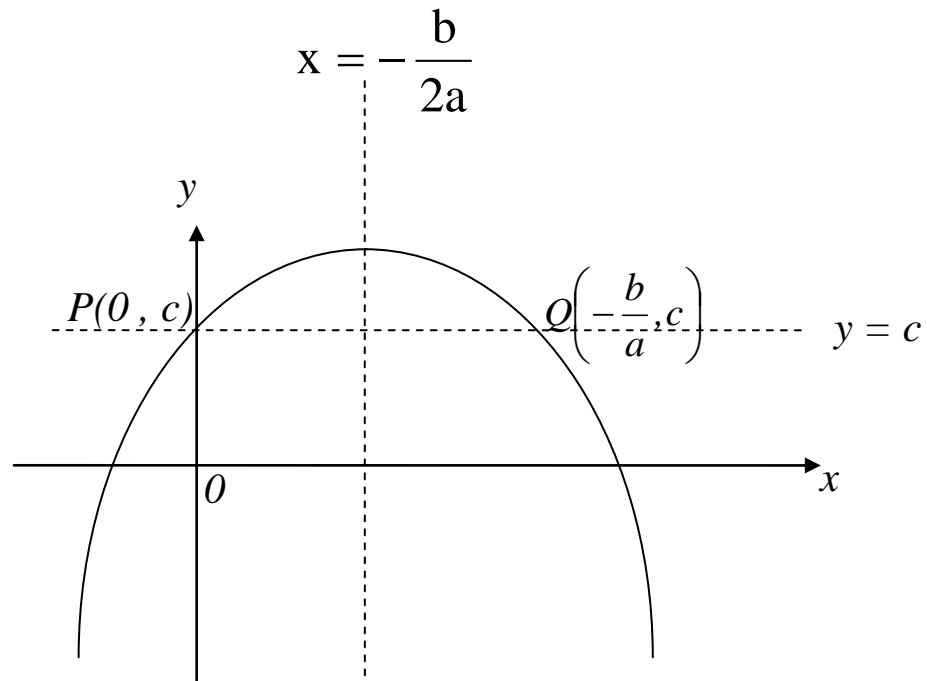
עקב הסימטריה של הפרבולה, קיימת נקודה נוספת על הפרבולה שעבורה $y = c$ וזוהי הנקודה

$$Q\left(-\frac{b}{a}, c\right)$$

שיעור ה- x של קודקוד הפרבולה נמצא באמצע הקטע PQ

ולכן שיעור ה- x של קודקוד הפרבולה הוא $x_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$.

שיעור ה- y מתקבל על-ידי הצבת שיעור זה של x בתבנית הפונקציה.

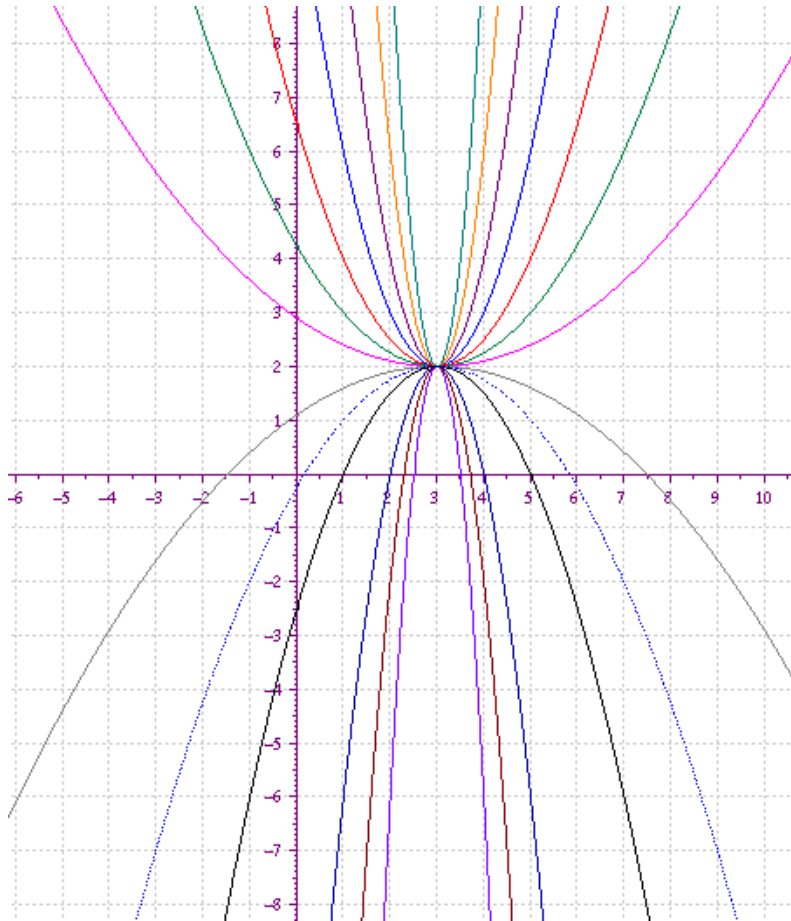


דרך שניה: התבוננות בצורה הקנונית של הפרבולה

הפרבולה $y = a(x - m)^2 + n$, $a \neq 0$ והתייחסות לחקירת ההשפעה של פרמטרים a, m, n על גרף הפרבולה.

השפעת פרמטר a על גרף הפרבולה $y = a(x - m)^2 + n$

נשרטט את משפחת הפרבולות: $y = a(x - 3)^2 + 2$

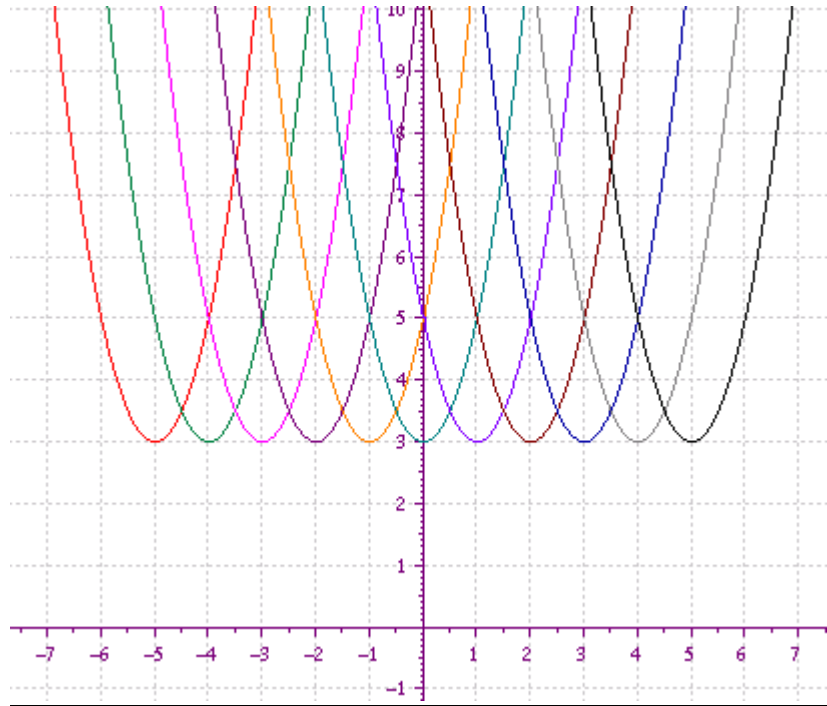


פרמטר a משפיע על הקביעה האם לפרבולה יש מינימום או מקסימום ($a > 0$ מינימום ו- $a < 0$ מקסימום), וכן על רוחב הפרבולה (ככל ש- $|a|$ גדל הפרבולה צרה יותר), אבל הוא אינו משפיע על שיעורי הקדקוד של הפרבולה.

השפעת פרמטר m על גרף הפרבולה $y = a(x - m)^2 + n$

נשרטט את משפחת הפרבולות: $y = 2(x - m)^2 + 3$

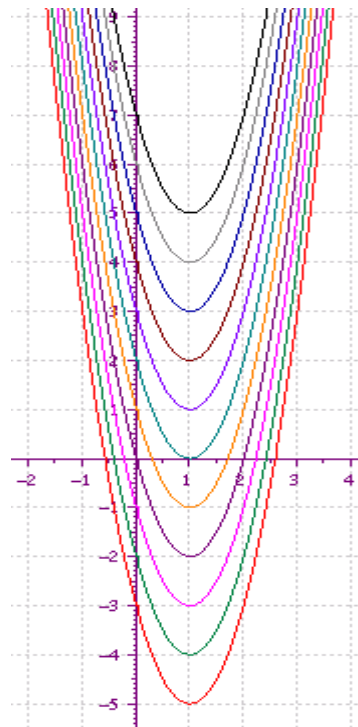
שיעורי הקדקוד
(m, 3)



פרמטר m משפיע על ההזזה האופקית של הפרבולה
(ככל ש- m גדל ההזזה היא ימינה יותר).

השפעת פרמטר n על גרף הפרבולה $y = a(x - m)^2 + n$
נשרטט את משפחת הפרבולות: $y = 2(x - 1)^2 + n$

שיעורי הקדקוד
(1, n)



פרמטר n משפיע על ההזזה האנכית של הפרבולה

(ככל ש- n גדל ההזזה היא יותר כלפי מעלה).

לסיכום, אם נתבונן על שיעורי הקדקוד של הפרבולה :

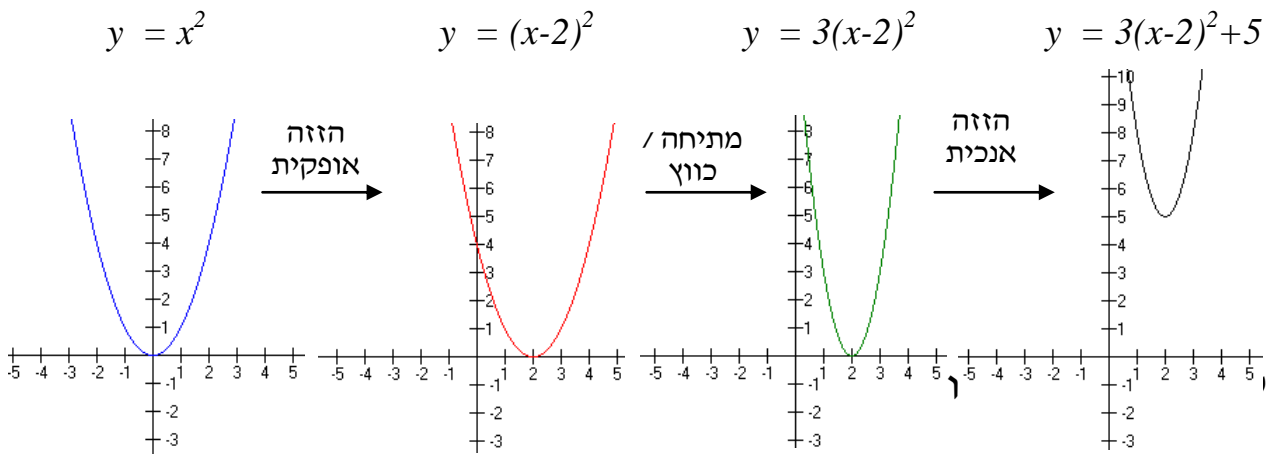
- שיעורי הקדקוד של הפרבולה: $y = x^2$ הם: $(0, 0)$.

- שיעורי הקדקוד של הפרבולה $y = (x - m)^2$ הם: $(m, 0)$

- שיעורי הקדקוד של הפרבולה $y = a(x - m)^2$ הם: $(m, 0)$

- שיעורי הקדקוד של הפרבולה $y = a(x - m)^2 + n$ הם: (m, n)

לדוגמא, הפרבולה $y = 3(x - 2)^2 + 5$ מתקבלת מן הפרבולה $y = x^2$ באופן הבא :



על מנת למצוא את שיעורי קדקוד הפרבולה, כאשר היא נתונה בצורה: $y = ax^2 +$

$bx + c$, יש להביאה לצורתה הקנונית, באמצעות תהליך של השלמה

לריבוע שלם, באופן הבא :

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2}\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

וקיבלנו את הצורה הקנונית של הפרבולה, ולפיה ניתן לקבוע ששיעורי קדקוד

הפרבולה הם: $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$