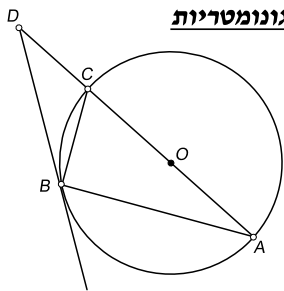


מבחן 28 - לוחמים - סתיו תש"ע - נובמבר 2009

בחירה: שאלה אחת מהשאלות 1-2 ושתי שאלות מהשאלות 3-5

פרק ראשון - טריגונומטריה במישור ובמרחב,

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של הפונקציות הטריגונומטריות



1. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו בנקודה O ורדיוסו R.

AC הוא קוטר במעגל. המשיק למעגל בנקודה B

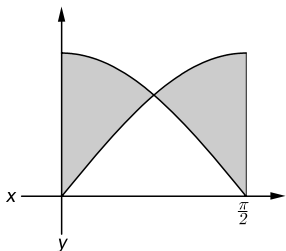
חותך את המשיך הקוטר AC בנקודה D.

נתון: $\angle BAC = \alpha$.

א. (1) בטא באמצעות α את זוויות המשולש BDC.

(2) בטא באמצעות R ו- α את האורך של שתי הצלעות הקצרות במשולש BDC.

ב. נתון גם כי המשולש CBD הוא שווה-שוקיים. מצא את α .



2. בציר מוצגים גרפים של שתי פונקציות:

$f(x) = \sin \frac{ax}{2}$ ו- $g(x) = \cos x$, בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

שיעור y של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות הוא $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

א. (1) מצא את שיעור x של נקודת החיתוך של הפונקציות.

(2) מצא את a.

ב. הצב את הערך של a שמצאת בסעיף א(2),

וחשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות f(x) ו- $g(x)$ בתחום הנתון.

פרק שני - חזקות ולוגריתמים, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

3. נתונה הפונקציה: $f(x) = (x^2 + 3) \cdot e^{-\frac{x}{2}}$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר y.

ב. הסבר מדוע לפונקציה אין נקודת חיתוך עם ציר x.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. נתון: $g(x) = x^2 + 3$. מצא עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) \leq g(x)$.

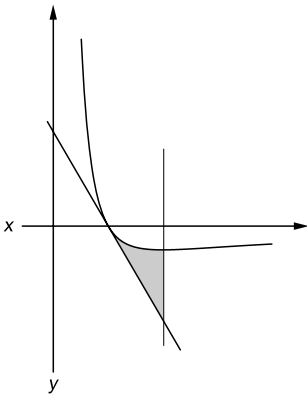
ה. סרטט סקיצות של הגרפים של הפונקציות f(x) ו- $g(x)$ באותה מערכת צירים.

תשובות

1. א. (1) $\angle B = \alpha$, $\angle C = 90^\circ + \alpha$, $\angle D = 90^\circ - 2\alpha$ (2) $BC = 2R \sin \alpha$, $CD = \frac{2R \sin^2 \alpha}{\cos 2\alpha}$ ב. $\alpha = 30^\circ$

2. א. (1) $x = \frac{\pi}{4}$ (2) $a = 2$ ב. $S = 2\sqrt{2} - 2 = 0.83$ (יחידות ריבועיות)

3. א. (0, 3) ג. $\max: (3, 12e^{-1.5})$, $\min: (1, 4e^{-0.5})$ ד. $x \geq 0$



4. בציר מוצג גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$ בתחום $x > 0$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

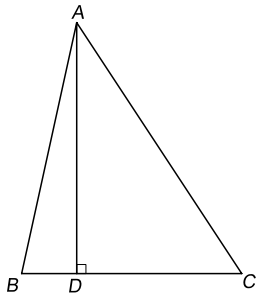
בנקודת החיתוך שלה עם ציר x .

ב. מצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

ג. חשב את השטח המגובל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק שמצאת בסעיף א, ועל ידי הישר המאונך

לציר x ועובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.



5. AD הוא גובה לצלע BC במשולש ABC .

נתון: $AC = 17\text{cm}$, $DC = 3BD$.

א. מה צריך להיות אורך הצלע BC

כדי שהשטח של משולש ABC יהיה מקסימלי?

ב. חשב את היקף המשולש ABC כאשר שטחו מקסימלי.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט



4. א. $y = -x + 1$ ב. $\min : (2, -\frac{1}{4})$ ג. $S = 1 - \ln 2 = 0.3069$ (יחידות ריבועיות)

5. א. $BC = 16.03\text{cm}$ ב. $AB + BC + CA = 45.21\text{cm}$