משרד החינוך

וועדת המקצוע במתמטיקה **האגף לתכנון ולפיתוח תכניות לימודים**

<u>מתווה לקראת תכנית הלימודים במתמטיקה בחטיבה העליונה</u>

מסמך זה כולל הנחיות והמלצות של **וועדת המקצוע** לקראת עבודתה של **הוועדה לתכנון תוכנית הלימודים במתמטיקה לחטיבה העליונה** (להלן ועדת התוכנית).

תהליך הכנת המתווה: ועדת המקצוע מינתה תת-וועדה[1] שהכינה טיוטת מתווה. הטיוטה הובאה לדיון ולהערות חברי וועדת המקצוע[2] בדואר האלקטרוני, ואושרה פה אחד על ידי ועדת המקצוע בחודש מאי 2010..

א: מבוא

על וועדת התוכנית להכין תוכנית לימודים במתמטיקה לחטיבה העליונה. התוכנית תמשיך ברצף את תוכנית הלימודים לחטיבת הביניים. התוכנית תיכתב בארבעה מסלולים: יישומי, כללי, מדעי, ומתמטי. לכל מסלול ייכתבו רציונל (תפיסה רעיונית), סטנדרטים למיומנויות ולתהליכי חשיבה, ותכנים. בהתאם להוראות המזכירות הפדגוגית, על וועדת התוכנית לתת את הדעת גם לאופן ההיבחנות ועל הסטנדרטים הנדרשים. המסלול היישומי חדשני יותר מהאחרים ולכן תינתן קדימות לפיתוחו. לשמות המסלולים יש חשיבות ויש לשקול אותם ביחד עם וועדת המקצוע.

ב. מסגרת התוכנית. להבהרת מטרות התוכנית תפורט להלן הערכת המצב של וועדת המקצוע על הבעיות המרכזיות בלימודי המתמטיקה בחטיבה העליונה.

1) התוכנית האחרונה במתמטיקה לחטיבה העליונה נכתבה לפני יותר מ-30 שנה ואין אליה התייחסות בשטח – לא מצד המורים ולא מצד חומרי הלימוד (תופעה חריגה מאוד). בהתאם, על וועדת התוכנית להביא בחשבון את מכלול הגורמים המסייעים או מונעים כי התוכנית שתכין אכן תתבצע.
2) בפועל מבוצעת בשטח תוכנית ההיבחנות שבאתר המפמ"ר. בנוסף, מבנה הבחינות קובע את מה שנלמד בפועל (ולא ההפך). בהתאם, על וועדת התוכנית לא רק לתכנן את אופן ההיבחנות במותאם לתוכנית, אלא גם לדאוג, מן הכיוון השני, כי הסטנדרטים יכללו רמות הבנה, קישוריות בחומר, וכי העמידה בסטנדרטים תהיה מדידה ככל האפשר. מומלץ כי וועדת התוכנית תעמוד בקשר לגבי בחינות הבגרות עם הגורמים המעורבים בכך.

[1] שמות חברי תת הועדה מופיעים בסוף המסמך.
[2] שמות חברי ועדת המקצוע מופיעים בסוף המסמך.

3) הבחינות קובעות לא רק את תוכני החומר אלא גם את אופן הלימוד ומהותו: תרגול טכני רב היקף, דגש על מניפולציות אלגבריות, חלוקת החומר למספר רב של תתי נושאים לא מקושרים זה לזה, כך שהתלמידים מתרגלים לפתור תרגילים – מאולצים על פי רוב – רק בהקשר מוכר. הבעיות המילוליות ממוינות לסוגים מוגדרים בקפידה כנושאים נפרדים. מבנה הבחינות מעודד שימוש בקובצי תרגילים ולא בספרים, ובאופן כללי אין לימוד חומר או פיתוח הרגלי חשיבה עצמאיים אלא תרגול טכני. על התוכנית החדשה והבחינות להיבנות באופן שיעודד שינוי במצב זה.

4) הדגש האלגברי-לשמו והאופן הטכני של ההוראה והבחינות יוצרים תחושה של חוסר רלבנטיות של המקצוע ברמת 3 יחידות. ברמות הגבוהות דרך הוראה זו מנוגדת לזו של החינוך העל יסודי, בו נלמד חומר משמעותי והתרגול מבוסס על בעיות שכל אחת מהן מדגימה היבט שונה של הנושא הנלמד. ואכן, ההכנה של התלמידים מ-4 ו-5 יחידות לחינוך הגבוה במקצועות עתירי מתמטיקה לקויה מאוד ומתדרדרת בשנים האחרונות. על וועדת התוכנית להשתדל ליצור עניין בלימודי המתמטיקה בכל מסלול באופן המתאים לו.

מבנה הבחינות ב-2005-2008 והשלכותיו: בחינות הבגרות במתמטיקה התעצבו בהדרגה – בעיקר בשנים 1995-2005 – במבנה ייחודי לישראל. מבנה זה נמצא מזה מספר שנים בתהליך של שינוי, המובל על ידי וועדת המקצוע והמפמ"ר, לכיוון התואם יותר את המקובל בעולם. להלן יתוארו הרכיבים העיקריים במבנה זה עם השלכותיהם על הוראת המקצוע.

בין 2005 ל-2008 השאלונים הנמוכים בבחינות התבססו על מאגרי שאלות (המאגרים הוגדלו לאחרונה והשאלות הנלקחות מהם מגוונות יותר, מה שמפחית את הכדאיות של שינון בעל פה של מספר קטן של שאלות); על כל השאלונים חלו מיקוד ומבנה צבירה (שני אלה בתהליך ביטול לאחר מאמצים ממושכים; הם הפריעו לביצוע מסודר של תוכנית לימודים ולשימוש בספרי לימוד, כי בספרים החומר נבנה בנדבכים. במקום ספרי לימוד היו רק קובצי תרגילים ובהדרגה גם אלה הוחלפו ב"מיקודיות"); בכל רמה היתה חלוקה מדויקת של הנושאים ל-3 שאלונים ללא חפיפת נושאים (מה שאפשר הפחתה של החומר ששונן לבחינה, ואפשר לשכוח כל פרק לאחר השאלון בו הופיע, דבר המנוגד לגמרי לאופייה המקושר והמובנה של המתמטיקה; כעת מספר השאלונים הופחת משלושה לשניים ב-4 וב-5 יחידות, ובשאלון המתקדם יהיה מותר לשאול על חומר מהשאלון הראשון); כל שאלון חולק לפרקים עם בחירה רבה בכל פרק (מה שאפשר הימורים על מה ניתן שלא ללמוד; וועדת המקצוע מנסה להביא לצמצום הבחירה); וניתן ציון מכסימלי בין מספר מועדים לא מוגבל (זה מעודד חזרה למועד ב' של השאלון הקודם על חשבון לימוד החומר החדש; לבעיה זו אין בינתיים פתרון). נעיר כי כל השינויים שבסוגריים הם בשלבי כניסה למערכת.

במדינות מסוימות מופיעות מעט מתופעות אלה, אך רובן ייחודיות לישראל והמכלול חריג מאוד. הבחינות נתונות ללחצים חזקים, למשל: יש למסור פרטים מדויקים ומחייבים על המיקוד, אין לשאול בשאלון מתקדם על תכנים ה"שייכים" לשאלונים קודמים גם אם הידע הנדרש בשאלון בנוי על תכנים אלה. מעל לכל יש דרישה להעלות את אחוזי ההצלחה בבגרות. נראה כי במגזר היהודי תורם הצבא לכך שהערך אינו בלימוד כי דינו להישכח (פרט לעתודאים), אלא בציון הממיין ללימודים או לעבודה שאחרי הצבא. וועדת המקצוע מעוניינת כי התוכנית החדשה תיצור יותר עניין בלימוד המתמטיקה.

מדיניות בחינות זו עוצבה בהדרגה במהלך תקופה ממושכת, והוכתבה למערכת מגבוה תחת מגוון של שרי חינוך מכל הזרמים. נראה לכן כי היא משקפת הסכמה ציבורית רחבה, שמטרתה מנוסחת על פי רוב כניסיון להגדיל את אחוז הזכאים לבגרות. במציאות, מדיניות בחינות כזו אינה מאפשרת ביצוע של תוכנית לימודים מסודרת. המצב במבחנים הבינלאומיים (כאן המידע קיים עד כיתה י' במבחן הפיזה, ראה נספח ב'), במבחני הבגרות, ובביצועי התלמידים באוניברסיטאות גם מראה את ההשפעה ההרסנית של מדיניות זו על הבנת המתמטיקה בכל הרמות. זו הסיבה שוועדת המקצוע רואה חשיבות כה רבה לכך שתכנון התוכנית ותכנון הבחינות יעשו במתואם.

ג: אופן עבודת הוועדה.

מכיוון שתוכנית ההיבחנות הנוכחית היא מה שמבוצע בשטח ומוכר על ידי המורים וכלל המערכת, עליה לשמש כנקודת המוצא לתכנון תוכנית הלימודים. יש להתחשב בלקחים מהשדה, למשל בנושא מספר השעות הנדרשות לנושאים השונים מול מספר השעות המוקצות לתוכנית. עם ביטול המיקוד יש כעת הכרח להקטין את כמות החומר הנדרשת, ויש להתחשב גם בכך. וועדת התוכנית תיתן את דעתה גם על תוכניות מקבילות בארצות אחרות.

בהתאם לכך, וועדת התוכנית תהיה בקשר מתמיד עם וועדת המקצוע. לפי הצורך תשקול וועדת המקצוע הכנסת חידושים ושינויים הצפויים בתוכנית לתוכנית ההיבחנות, כדי ליצור הטמעה חלקה ככל האפשר. לפי הצורך תישקל גם האפשרות לכתוב חומרים המהווים חידוש ולערוך ניסויים. כאמור המסלול היישומי חדשני יותר מהאחרים ולכן תינתן קדימות לפיתוחו.

ד: המסלולים השונים ומטרות העל שלהם

הגישה להוראת המתמטיקה בעולם השתנתה מאוד בעשורים האחרונים: בנוסף לשינויים בתכנים, יש שינוי מדגש על טכניקה ל:

- קישורים בין תחומים,
- דגש רב יותר על הבנה,
- והדגשת הרלבנטיות של המתמטיקה.

מצד אחד יש צורך להתאים את התוכנית לניסיון הבינלאומי הרב שהצטבר. עם זאת לחברה ולכלכלה כאן מבנה ייחודי וצרכים ייחודיים המחייבים תכנון עצמאי. לדוגמה, השונות באוכלוסיית ישראל רבה מזו שבמדינות המפותחות, ולחלקים שונים באוכלוסיה צרכים שונים במתמטיקה. לכן נראה צורך לשנות את מספר המסלולים משלושה לארבעה. הרלבנטיות של מסלולי הלימודים השונים לתלמידים שונים חשובה, כי היא תסייע ליצירת עניין בלימוד ובדרך זו תהפוך אותו לאפקטיבי יותר. המצב הקיים הוא כי תוכנית ההיבחנות (ועוד יותר ההוראה בשטח) מדגישות מיומנויות טכניות, בעיקר משיקולי נוחות ההכנה לבחינה ומתן הציון. בהתייחס לנעשה כעת, חלק ממיומנויות אלה נחוצות ואין לוותר עליהן, אולם יש כאלה שניתן ורצוי להפחית כדי להספיק להגיע גם לפיתוח החשיבה וההבנה. לצורך זה יש לפתח את המיומנויות הטכניות ואת ההבנה **במשותף**. בנוסף לתכנים המתמטיים, השונים ממסלול למסלול, לפיתוח מיומנויות נחוצות, ובהמשך לתוכנית חטיבת הביניים, יושם דגש בכל המסלולים על הנקודות המשותפות הבאות:

1) כאמור, תוכנית ההיבחנות הנוכחית תשמש כנקודת המוצא לתכנון תוכנית הלימודים.
2) בכל מסלול, שינויי תוכן מתוכנית ההיבחנות ינבעו בעיקר מתוך הרציונאל של אותו מסלול ומהיקף התוכנית.
3) יש לדאוג לשימור הידע של היסודי וחטיבת הביניים: שברים, אחוזים, חישוב מקורב – ניתן אולי לשלב אומדן בנושאים מתקדמים יותר (אלגברה, נגזרות...)
4) בהמשך לתוכנית חטיבת הביניים יהיה בכל המסלולים דגש על המללה, וברמות הגבוהות גם על הסברים והנמקות. יש להרגיל את התלמידים להבנת הנקרא ולפתח אצלם גם יכולת אקטיבית לניסוח מילולי. התלמידים יידרשו להסביר את דרך הפיתרון (כולל לדעת בקירוב איזה פירוט נדרש ומה מיותר להסביר). זאת גם בכיתה, גם בשיעורי הבית, וגם בבחינות.
5) מטרה חשובה תהיה לבחור בכל מסלול בנושאים ובהקשרים משמעותיים עבור התלמיד. לפי המסלולים השונים, יודגשו הרלבנטיות של המתמטיקה למציאות הסובבת, הקשרים בין חלקי המתמטיקה השונים, והערך של המתמטיקה כמדע מופשט.
6) יש להתמודד עם חלוקת הידע המתמטי למגרות, כולל הפרדת בעיות מילוליות כנושא נפרד (הן מופרדות כתתי נושאים נפרדים אפילו לפי תוכן השאלה). אמצעים חשובים לכך הם שילוב נושאים והמללה. לצורך זה ייעשה מאמץ לצמצם את מספר הנושאים ולאחד נושאים קשורים לטובת העמקה ופיתוח קישורים (דוגמה: נושאי הגדילה והדעיכה, הסדרה ההנדסית והפונקציה המעריכית יקושרו, כולל גם בהיבחנות; תורת

הפונקציה הריבועית והמשוואה הריבועית יאוחדו ויילמדו דרך ההשלמה לריבוע). יודגשו הקשרים משמעותיים – חוץ מתמטיים ופנים מתמטיים.

המסלול היישומי: מסלול זה מיועד לתלמידים אשר כמעט לא יזדקקו למתמטיקה פורמאלית (כגון מניפולציות אלגבריות[3]) בעבודתם או בהמשך לימודיהם (למשל כאלה שילכו ללמוד מקצועות במדעי הרוח "הרכים", קולנוע, תיאטרון...). התוכנית תתבסס על מתמטיקה בחיי היום יום, ועל רעיונות הקרובים לגישה של "מתמטיקה בהקשרים מציאותיים" של מכון פרוידנתאל ההולנדי. היא תדגיש תובנה מספרית, מילולית וגרפית, הבנת ועיבוד נתונים, ומידה מצומצמת של חישובים. תוכן "ספריית פונקציות" שאותן יכירו התלמידים. חקירת פונקציות (עלייה, ירידה, ערך קיצון) יידונו ללא חדו"א (אלא – למשל – מתוך היכרות עם הפרבולה). מטרה חשובה של התוכנית תהייה להגיע גם אל תלמידים שאינם מגיעים לבגרות במתמטיקה כיום ואל כאלה המתקשים בה וליצור אצלם עניין ותחושת רלבנטיות של המתמטיקה. פרוט רב יותר של הרציונאל והתוכן ודיון ברמת ההבנה הנדרשת ניתן בנספח ב'.
הוספת מסלול זה תחייב שינוי משמעותי בדרכי ההוראה. לכן יש להתחיל לתכנן אותו ולהכשיר את השטח לקראתו (הכנת חומרים, השתלמויות מורים) בהקדם אפשרי.

המסלול הכללי: מסלול זה ייועד לתלמידים אשר ימשיכו את לימודיהם במדעי הרוח, בחלק נכר של מדעי החברה, בלימודים של מקצועות שונים (טכנאים, הנדסאים, מקצועות פרה-רפואיים...). במסלול זו לא יהיו שאלות מאגר. הוא ייועד לתלמידים הטובים יותר של 3 יחידות הנוכחית. הוא יהיה מבוסס על שילוב של בעיות בהקשרים משמעותיים עם מידה מתאימה של טכניקה. יהיו בו פחות חדו"א ויותר דגש על פונקציות מעריכיות, ואולי גם סטטיסטיקה.

המסלול המדעי: מסלול זה מיועד לתלמידים שיזדקקו לכמות ניכרת של מתמטיקה בלימודי ההמשך (סטטיסטיקה בביולוגיה, מתמטיקה בכלכלה, גדילה ודעיכה...). מומלץ להתייעץ עם אנשי המדעים השונים לגבי הצרכים שלהם במתמטיקה. בסטטיסטיקה יש לשקול את הוראת מושג התוחלת ומדדים לפיזור, רגרסיה ומתאם, הכרות עם ההתפלגויות הנורמאלית והבינומית, ובעיקר הבנת הסתברויות בסיטואציות משמעותיות (מפעל הפיס). ככלל הדרישות יכללו התמודדות עם רמת מורכבות גבוהה יותר וקבלת החלטות אסטרטגיות ת לדרך הפיתרון. יש לדרוש מהתלמידים הסברים (אך לא הוכחות) של עובדות כגון $(\sin x)' = \cos x$. לשינויים מתוכנית ההבחנות ראה נספח ג'.

[3] ואולם ראה את תוכנית ההתמחות המתמטית במגמה הספרותית בצרפת

המסלול המתמטי: מסלול זה מיועד לתלמידים המתעתדים להמשיך בלימודים במקצועות עתירי מתמטיקה באוניברסיטה (פיסיקה, הנדסה...). ההוראה תכוון להקל על המעבר ללימודים הגבוהים ותתקרב לתכנים באוניברסיטה. החישובים הטכניים יופחתו. התלמידים יידרשו לדעת מספר מצומצם ביותר של נוסחאות ולהשתמש רק בהן ובהגדרות. הדרישות יהיו של משימות מורכבות. הנמקות מדויקות יידרשו בכל התחומים. נושא מתאים להעמקה יכול להיות הבנת גבולות של סדרות – כולל אולי במרוכבים – כחלק מחדו"א (למשל כאלה המוגדרות רקורסיבית כמו בתוכנית "Bac S" הצרפתית). לשינויים מתוכנית ההבחנות הנוכחית ראה נספח ד'.

ה: הבחינות והסטנדרטים.

1) מה שנלמד בשטח נקבע בעיקר על ידי הבחינות. לכן מומלץ, גם בהוראה וגם בתכנון הבחינות לנקוט בצעדים שיקטינו את הכדאיות של תרגול טכני מופרז ויגבירו את כדאיות פיתוח ההבנה.
2) מומלץ כי הבחינות ייעשו בשאלון אחד (או בשניים לכל היותר, כאשר במבנה של שני שאלונים החומר לשאלון השני יכלול את זה של הראשון פרט אולי למסלול היישומי). מומלץ כי בשאלון יופיע פרק ללא מחשבון (או שאחד משני שאלונים יהיה ללא מחשבון), אשר יבדוק תובנה מספרית או אחרת (לדוגמה: sin 45°).
3) לעידוד פיתוח ההבנה (ולא רק תרגול טכני), תשקול הוועדה הכנסת כמות מסוימת של שאלות מסוגים חדשים לבחינות ברמות הגבוהות, למשל: מתן הגדרות, שאלות של בחירה מרובה, שחזור מודרך של פרק תיאוריה (כמו בצרפת), או קטעי "unseen". חידושים מעין אלה – בייחוד אם אינם קיימים במדינות אחרות – יש לנסות לפני הכנסתם בפועל.
4) וועדת התוכנית תיתן את דעתה לאופן התרגול ומטרותיו. כדי לסייע ליצירת סטנדרטים אחידים במטלות הבית היא תשקול – לפחות כאופציה – מתן חלק מציון המגן דרך כמות קבועה של בחינות ומטלות בית ממוחשבות (הכוללות מחוללי תרגילים אקראיים)[4].
5) הועדה תדון בסטנדרטים הנדרשים בתחום הדעת. בנוסף הוועדה תדון ברמת ההבנה וההבקיאות הנדרשות מהתלמידים, וזאת לפי רמות הפיזה, ה-טימס, או שיטה אחרת שתמצא לנכון. במתווה נשתמש ברמות הפיזה, אולם לוועדת התוכנית יש חופש לבחור רמות מתאימות אחרות. הרמה הנדרשת תהיה תלויה במסלול. כהצעה ראשונית, מוצע כי במונחים של רמות הפיזה, הועדה תדרוש מתלמידי המסלול היישומי רמת בקיאות 2 עד 3, בכללי רמה 3, במדעי רמה 4, ובמתמטי רמה 5.

[4] זה יהווה גם דרך להכניס מחשוב שיהיה ניתן לעשות בו בהמשך גם שימושים דידקטיים.

ו: תכנים.

מצורפים בזה כנספחים מסמכים של הצעות ראשוניות לשינויים מתוכנית ההבחנות לכיוון התוכנית החדשה, כפי שהיא מסתמנת כעת לוועדת המתווה. נספח ב' דן במסלול היישומי, ובשל חדשנותו דן גם ברציונל ובסטנדרטים. מטרת מסמכים אלה היא לתת לוועדת התוכנית מספר הצעות קונקרטיות מוועדת המקצוע.

ז: תיאום עם וועדת המקצוע.

מן הכיוון השני מוצע כי וועדת התוכנית תעדכן מדי פעם את וועדת המקצוע ואת המפמ"ר על הכיוון אליו מתקדמת התוכנית והשינויים המוצעים בתוכנית היבחנות. דבר זה יאפשר הכנסת חלק מהשינויים המוצעים לתוכנית ההיבחנות. עם ביטול המיקוד (שיחל בקיץ 2011) נוצרת כעת הזדמנות רבת ערך להעברת מידע כזה אם ייעשה הדבר במהירות.

<u>חברי ועדת המקצוע מתמטיקה</u>

עזריאל לוי, יו"ר – פרופסור אמריטוס למתמטיקה באוניברסיטה העברית בירושלים
חנה פרל, מרכזת - מפקחת מקצועת ראשית במתמטיקה
גנאדי ארנוביץ' – משרד החינוך, הגף לתוכניות לימודים, מורה בתיכון הראל במבשרת ירושלים
ורד הירש - מורה בבי"ס נועם בירושלים
אברהם הרכבי – פרופסור להוראת המדעים באוניברסיטה העברית בירושלים
אירמה ג'ן – מורה בתיכון מקיף ה' באשדוד
רון ליבנה - פרופסור למתמטיקה באוניברסיטה העברית בירושלים
אסעד מחאג'נה – מפקח ארצי על הוראת המתמטיקה במגזר הערבי
סלימאן סלאמה[5] – רפרנט מתמטיקה במחוז הצפון, מפקח המתמטיקה במגזר הדרוזי
רז קופרמן - פרופסור למתמטיקה באוניברסיטה העברית בירושלים
ורדה שבת – מורה בבי"ס ברנקו וייס בבית שמש
סטלה שגב – מורה למתמטיקה במכללת ליפשיץ בירושלים

<u>חברי תת הוועדה</u>

פרופ' רון ליבנה, יו"ר

גנאדי ארנוביץ', האגף לתוכניות לימודים

פרופ' עזריאל לוי, יו"ר ועדת המקצוע

ד"ר דוד פיילכנפלד, מדריך ארצי ומחוזי במנח"י

ד"ר חנה פרל, מפמ"ר מתמטיקה

גב' סטלה שגב, מורה במכללה

[5] סלימאן סלאמה לא השתתף בדיון ובהצבעה על דו"ח זה כי הוא מונה לוועדת המקצוע לקראת סוף ההצבעה.

<u>נספח א':</u> רמות הבקיאות במבחן פיזה 2006

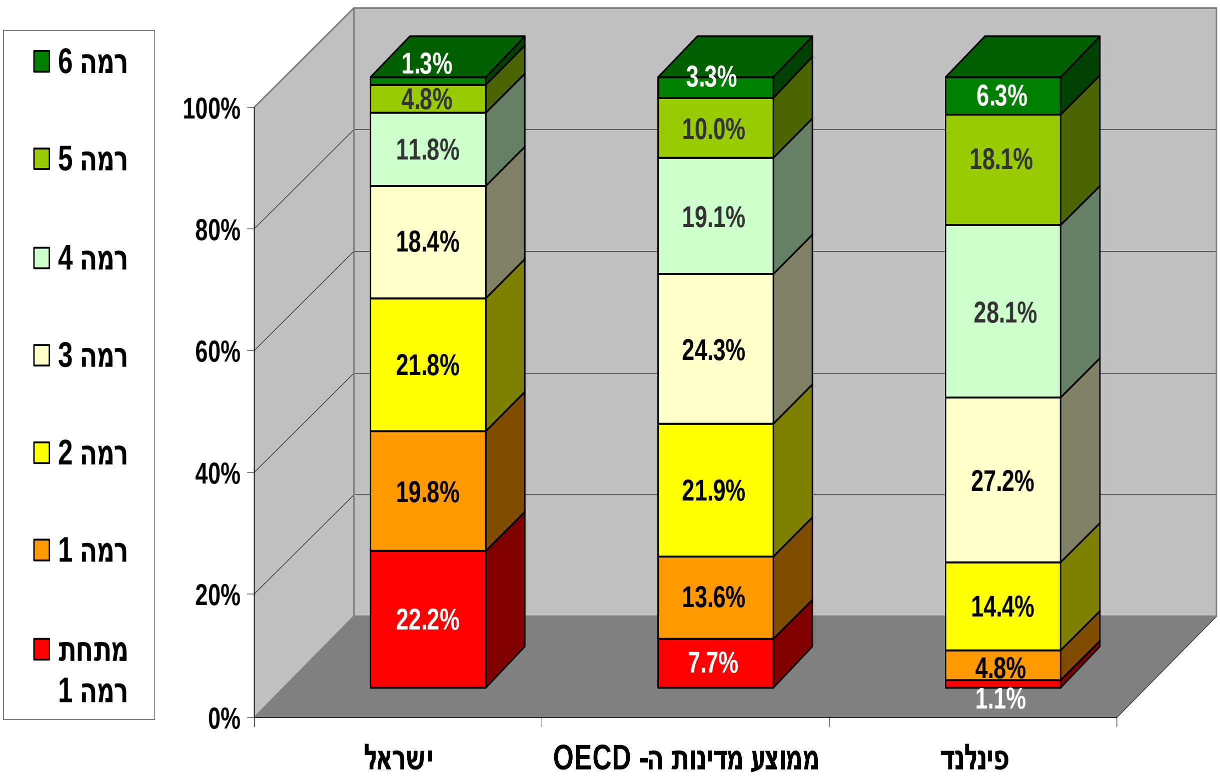
מבחן פיזה אינו בוחן בקיאות קוריקולארית אלא יכולת התמודדות עם סיטואציות לא מוכרות. בהשלכת הרמות שלהלן מגיל 15 לרמות תפקוד כבוגרים (למשל במדעים מדויקים), ניתן לומר כי מחקר מדעי מדגים תפקוד ברמה 6, תכנון ופיתוח משימה הנדסית מורכבת דורש רמה 5, פרויקט הנדסי שגרתי יותר דורש תפקוד ברמה 4, ותפקוד ברמה של טכנאי רמה 2-3

רמת בקיאות	תאור יכולות התלמידים לפי פיזה 2006	אפיון רמת החשיבה הנדרשת
6	מסוגלים לפתור בעיות מורכבות, להמשיג, להכליל ולנצל מידע המבוסס על החקירה שלהם. הם מחברים מקורות מידע וייצוגים שונים, ומעבירים ביניהם מידע באופן גמיש.	חיפוש פתוח - סינתזה
5	מסוגלים לפתח ולעבוד עם מודלים של מצבים מורכבים, לזהות אילוצים ולנקוב בהנחות. מסוגלים לבחור להשוות ולהעריך אסטרטגיות לפתרון בעיות מורכבות הקשורות למודלים אלה.	חיפוש פתוח - אנליסה
4	פועלים באפקטיביות עם מודלים גלויים למצבים קונקרטיים מורכבים שמערבים אילוצים או מבקשים הנחת הנחות. הם מסוגלים לבחור ולשלב ייצוגים שונים.	חשיבה תהליכית - יישום
3	מסוגלים לבצע פרוצדורה שמתוארת בבהירות, כולל אלה שדורשות החלטות סדרתיות. מסוגלים לבחור וליישם אסטרטגיות פשוטות לפתרון בעיות.	חשיבה תהליכית - הבנה
2	מסוגלים לזהות ולפרש מצבים בהקשרים שלא דורשים יותר מאשר היקש ישיר. הם מסוגלים לחלץ מידע רלבנטי	חשיבה תהליכית – הבנה ברמת היסוד

	ממקור בודד.	
1	מסוגלים לענות על שאלות רק בהקשר מוכר, כאשר כל המידע הרלבנטי נמצא בבעיה והשאלה מוגדרת בבהירות.	זיהוי, קריאה מחדש - ידע
מתחת ל-1	רמת ביצוע נמוכה זו מעמידה את התלמידים בנחיתות חמורה ביכולת להשתלב באופן מלא בחברה ובכלכלה.	

<u>נספח ב'</u>: הצעה ראשונית למסלול המעשי

<u>רקע</u>: כאשר בוחנים את תוצאות פיזה 2006 לעומת שאר העולם מתגלה תמונה עגומה. בממוצע ה-OECD שיעור התלמידים שאינם עולים על רמת בקיאות 2 מתוך 6 היא 43% ואילו אצלנו היא 64%. המשמעות של הנתון הוא שכמעט כל תלמידי 3 יח"ל של היום מגיעים לכל היותר לרמת בקיאות 2. ההתפלגות הפנימית של הרמות הנמוכות ממחישה את חומרת המצב (השרטוט המצורף מטעם ראמ"ה).



שרטוט 1: התפלגות התלמידים בישראל לפי רמות אוריינות מתמטית בפיזה 2006.

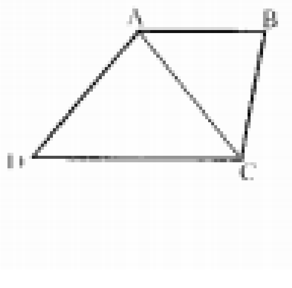
נזכיר כי מבחן הפיזה נערך בגיל 15 והבגרות בגיל 17. השאלות של רמה 1 הינן שאלות מוכרות מראש, כגון שאלות מאגר, המרכיבות את שני שאלוני הבגרות הראשונים. שאלות רמה 2 הינן שאלות שבהן הפרוצדורה לביצוע דורשת רק שלב אחד. כאן משתלבות השאלות שקיימות כעת בשאלון השלישי בבגרות כאשר כל שאלה בו מפורקת לסעיפים ותתי סעיפים. שאלות של רמה 3 כמעט ואינן נשאלות במסגרת של 3 יח"ל למרות שראוי היה שתלמידים אלה יגיעו לרמת בקיאות זו: המצב שבו כחמישית מתלמידנו מגיעים לרמה 1 בלבד, ועוד חמישית לא מגיעים אף לכך, מצביעה על היסוד הדרוש במסלול היישומי. עלינו להכיר בעובדה שרמת הדרישות במסלול זה צריכה להימצא כמעט כולה בין רמה 1 לרמה 2 בלבד. אז ורק אז נוכל לתת פתרון הגיוני לשתי החמישיות הנמוכות באוכלוסיית התלמידים. דרישות גבוהות יותר עלולות להתגלות לרבים מתלמידים אלה כמכשול בלתי עביר.

תוכנית 3 היחידות הקיימת כיום באתר המפמ"ר מתארת תחומי תוכן דרושים בלבד, ואיננה מתייחסת לרמה הנדרשת. מאגר השאלות של 3 יח"ל וכן אוסף שאלוני הבגרות מהשנים האחרונות מתארים טוב יותר מהי רמת הבקיאות הדרושה מתלמידי 3 יח"ל. על הסטנדרטים בתוכנית להתייחס לסדרת שאלות של רמת בקיאות ומתן תשובה ברורה להן.

להלן סדרת שאלות בתחום זה:

- מהו מספר השלבים שיידרשו בביצוע פרוצדורה כלשהי, לפני פירוקה לסעיפים?
- מהו הידע הקשיח הלא פרוצדוראלי שיידרש (למשל, לוח הכפל, תכונות של מלבן וכד')?
- מהו האיזון בין זיהוי נכון של מצב מתמטי, פירושו כיאות, וביצוע פעילות מתמטית לגביו?
- האם פרוצדורה כלשהי תידרש בכיוונים שונים או רק בכיוונים שיוגדרו מפורשות מראש?
- האם תידרש התמודדות עם מצבים בלתי טבעיים שמפגינים ידע מתמטי, לדוגמא: הבנזין התייקר פעמיים בשיעור ידוע, וידוע מחירו הסופי. מה היה המחיר ההתחלתי? בדרך כלל באופן טבעי, המחיר ההתחלתי ידוע. ואיננו נסתר.
- מהו מספר מקורות הידע השונים שיידרשו לפתרון תרגיל מסוים בעת ובעונה אחת? לדוגמא, ראו את התרגיל הבא (סעיף א').

בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ נתון:
$AD = AC$, $AB = BC$, $\sphericalangle D = 50^\circ$.
א. מצא את שאר שלוש הזויות של הטרפז.
ב. הוכח שהאלכסון AC חוצה את זוית C של הטרפז.
ג. הוכח שהאלכסון AC חוצה את זוית C של הטרפז
רק ע"ס הנתון $AB = BC$.



שרטוט 2: תרגיל על טרפז (מתוך בני גורן).

כדי לפתור את התרגיל יש להתייחס לנתוני השאלה עצמה, ובנוסף לדעת גם שזוויות בסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו, וכן שזוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו, ושסכום הזוויות במשולש הוא זווית שטוחה. למרות הפשטות לכאורה של התרגיל, הוא דורש שילוב של ידע מ-4 מקורות שונים. עם זאת, אופן הצגת התרגיל (החלוקה לסעיפים; התרגול הקודם בבני גורן, שאינו נתון כאן, אבל שבהקשרו הוא מופיע; ומתן הציור), נותן רמזים עבים מאוד על פרוצדורת פתרון: כתיבה סדרתית של יותר ויותר זוויות במשולש (לפי מקורות הידע שצוינו). לכן התרגיל נמצא ברמה 3 של פיזה ולא יותר. טכניקות דומות ננקטות למשל גם בבחינות הבגרות הצרפתיות של השנים האחרונות.

<u>תחומי התוכן</u>: להלן הצעה ראשונית לגבי תחומי הידע המינימאליים הנחוצים לבוגר תיכון כדי להשתלב בחברה כאזרח מועיל. היא מבוססת על תוכנית 3 היחידות הקיימת היום:

<u>התחום הכמותי</u>: חשבון ואחוזים; חשבון ואלגברה של ביטויים ליניאריים, ריבועיים ומעריכיים;

שאלות מילוליות בחשבון ובאלגברה.

<u>התחום הצורני</u>: הכרת צורות במישור; גופים במרחב ותכונותיהם; חישובים גיאומטריים וטריגונומטריים במישור ובמרחב; שרטוט על סמך הנחיות; שאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשים ידע גיאומטרי וטריגונומטרי; גיאומטריה אנליטית הכוללת ידע על ישרים, קטעים ומעגל.

<u>השתנות ויחסים</u>: פונקציות, חיוביות ושליליות, עליה וירידה; קריאת גרפים ושרטוט גרפים;

פונקציות ליניאריות, ריבועיות, ומעריכיות ושאלות מילוליות במצבים מציאותיים הדורשות ידע עליהן.

<u>אי- ודאות</u>: הסתברות קלאסית וסטטיסטיקה בסיסיות, בעיקר דרך שאלות מילוליות; תוחלת;

התפלגות בינומית והתפלגות נורמאלית.

<u>נספח ג'</u>: הצעה לשינויים בתכני הלימודים במתמטיקה 4 יח"ל

נושאי הלימוד תש"ע	**שינויים מוצעים בנושאי הלימוד**
טכניקה אלגברית חקירת משוואה ריבועית	צמצום חקירת משוואה ריבועית
שאלות מילוליות	הרחבת מגוון ההקשרים האפשרי, שילוב בכל הפרקים
סדרות (חשבונית, הנדסית, כלל נסיגה כללי)	
גאומטרייה אנליטית (ישר מעגל)	
גאומטרייה אוקלידית	
טריגונומטריה	צמצום רב בזהויות ובצורך בפתרון משוואות
טריגונומטריה במרחב	הצעה לביטול בתמורה לתוספת של וקטורים (אולי רק במישור)
הסתברות (הסתברות מותנית, נוסחת ברנולי לההתפלגות הבינומית)	הרחבה: התפלגות בינומית, התפלגות נורמאלית, תוחלת, שונות.
	סטטיסטיקה: התפלגויות, מדדי מרכז, מדדי פיזור (לא רק סטיית תקן), התפלגות

	נורמאלית, רגרסיה, מתאם
חדו"א	הוספת פרק של הנגזרת בנקודה כשיפוע[6] ביטול חקירת פונקציות עם אלמנטים טריגונומטריים (יישארו חישובי שטחים), וצמצום הדרישה לגבולות ולנימוק אסימפטוטות
מעריכים ולוגריתמים (אלגברה וחדו"א)	הרחבת הנושא

<u>נספח ד':</u> הצעה לשינויים בתכני הלימודים במתמטיקה 5 יח"ל

ההצעה מבוססת על תוכנית הלימודים העכשווית. מוצע לצמצם בתרגול נושאים לטובת העמקת תובנה וקישורים. על דרכי ההוראה להתקרב לנעשה באוניברסיטה. מבנה שאלון הבגרות ישפיע בסופו של דבר על מה שילמד בפועל. למשל אם ידוע מראש כי שאלה אחת בלבד תופיע על בסדרות ואינדוקציה זה יאפשר לא ללמד נושאים אלה.

תכנים: 1) ניתן לצמצם טכניקה אלגברית בנושאים הבאים:

a. חקירת משוואה ריבועית עם ובלי פרמטרים, אי שיוויונים, כולל ערך מוחלט.
b. אינדוקציה: לגוון נושאים, פחות אלגברה לשמה
c. סדרות חשבוניות

2. רצוי להוסיף מערכת אכסיומטית עשירה לאחר שבחטיבת הביניים העניין הוחמץ. זה אפשרי למשל במסגרת הנדסת המרחב.
3. יש ללמד פונקציות טריג' באמצעות מעגל היחידה ולהפחית את השימוש בזהויות טריג'. כדאי לוותר על יישומים מורכבים של טריגו במישור ובמרחב.
4. בשאלון ללא מחשבון ניתן לשאול שאלות חכמות שדורשות ידע חשבוני ומניפולציות חשבוניות. זה יכריח תלמידים לדעת מניפולציות עם שורשים או משוואות מעריכיות (זאת רק אם יימצא שהנושא נחוץ) יכריח אותם לדעת סדרות של חזקות ושל לוגריתמים, יכריח אותם לדעת ערכי פונקציות טריגונומטריות בערכים מיוחדים או משוואות טריגונומטריות פשוטות ולבצע אומדנים במקום שהחישוב מורכב מאד.

[6] אם $f'>0$ אז f עולה; אם $f(0)=2$ ו $2<f'(x)<5$ בקטע $[0,1]$, מה ניתן לומר על f?

רמות חשיבה: (ורמות קושי) ניתן לדרוש למשל דרישות כגון רמות הפיזה 5 (6?) או כגון הבאות:

a. דרושים מספר עקרונות או חוקים לצורך פתרון;
b. יש מרחק (רב) בין ההוראות בשאלה או הרמזים שבה לבין החוקים והעקרונות הדרושים לפתרון;
c. דרושה חשיבה לגבי אופן צירוף החוקים כדי לפתור את הבעיה;
d. חוסר היכרות מוקדמת עם שיטת הפתרון מחייב פירוק של הבעיה למרכיביה (תת-בעיות) וגילוי הקשר הפנימי בין המרכיבים לבין הבעיה בכללותה, והקשרים הפנימיים שבין המרכבים השונים של הבעיה.;
e. חיבור אלמנטים נתונים בצורה חדשה לחלוטין;
f. זיהוי של עקרון מתמטי, אשר ממבט ראשון נראה חסר קשר לבעיה, אך ניתן ליישום במסגרת פתרון הבעיה.