

עוד שאלה במשוואות

שאלה

א. עבור אילו ערכי m יש למשוואה $\frac{x^2+2x+1}{x^2+x-2} = m$ שני שורשים ממשיים שונים?

ב. עבור אילו ערכי m שורשי המשוואה הנתונה נמצאים בצדדים שונים של ציר y ?

פתרון:

$$\frac{x^2+2x+1}{x^2+x-2} = m$$

$$x^2 + 2x + 1 = m(x^2 + x - 2) = mx^2 + mx - 2m$$

$$x^2 + 2x + 1 - mx^2 - mx + 2m = 0 \Rightarrow (1-m)x^2 + (2-m)x + (1+2m) = 0$$

$$(1) \quad \underline{a \neq 0}: \quad 1-m \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$$

$$(2) \quad \underline{\Delta > 0}: \quad \Delta = (2-m)^2 - 4(1-m)(1+2m) > 0$$

$$= 4 - 4m + m^2 - 4(1+2m-m-2m^2) = 4 - 4m + m^2 - 4 - 8m + 4m + 8m^2$$

$$= 9m^2 - 8m > 0 \Rightarrow m(9m-8) > 0 \Rightarrow m_1 = 0, m_2 = \frac{8}{9}, a_m = 9 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c} \text{+} \quad \text{-} \quad \text{+} \\ \text{0} \quad \text{8} \\ \text{9} \end{array} \Rightarrow (m < 0) \cup (m > \frac{8}{9})$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow (m < 0) \cup (\frac{8}{9} < m < 1) \cup (m > 1)$$

המצב שבו המכנה שווה 0 אינו נכלל בתחום שהתקבל:

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2$$

$$(1-m)x^2 + (2-m)x + (1+2m) = 0$$

$$x_1 = 1 \Rightarrow (1-m) + (2-m) + (1+2m) = 0 \Rightarrow 4 = 0 \quad \text{סתירה}$$

$$x_2 = -2 \Rightarrow (1-m) \cdot 4 + (2-m) \cdot (-2) + (1+2m) = 0$$

$$4 - 4m - 4 + 2m + 1 + 2m = 0 \Rightarrow 1 = 0 \quad \text{סתירה}$$

