

משוואות ואי שוויונים – בחינת דרכי פתרון

בתרגילים הבאים יש לגלות האם הפתרון נכון או שגוי.
אם הפתרון שגוי, יש לגלות את מקור השגיאה ולתקן את הפתרון.

שאלה מס' 1: יש לפתור את המשוואה: $\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2x-x^2}$

פתרון: נכפול את המשוואה במכנה המשותף $2x(2-x)$ ונקבל: $4x + 2x - x^2 = 8$.

ומכאן: $x^2 - 6x + 8 = 0$ שפתרונותיה הם: $x_1 = 2$, $x_2 = 4$

שאלה מס' 2: יש לפתור את המשוואה: $x^2 - 6x + 9 = 4x^2 + 4x + 1$

פתרון: לפי נוסחאות הכפל המקוצר נקבל: $(x-3)^2 = (2x+1)^2$.

נוציא שורש ונקבל: $x-3 = 2x+1$ וקיבלנו: $x = -4$.

שאלה מס' 3: יש לפתור את המשוואה: $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3$

פתרון: $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x+3)^2} = 3$ ומכאן $x-2 - (x+3) = 3$ ונקבל $-5 = 3$

ולכן אין פתרון.

שאלה מס' 4: יש לפתור את המשוואה: $\sqrt{x+1} = x-5$

פתרון: נעלה בריבוע ונקבל: $x+1 = (x-5)^2$, ולכן: $x+1 = x^2 - 10x + 25$

ומכאן:

$x^2 - 11x + 24 = 0$ שפתרונותיהם: $x_1 = 3$, $x_2 = 8$

שאלה מס' 5: יש לפתור את המשוואה: $\sqrt{x+1} = 8 - \sqrt{3x+1}$

פתרון: תחום ההגדרה מתקבל ע"י פתרון המערכת: $x + 1 \geq 0$ וגם $3x + 1 \geq 0$

$$\text{שהוא: } x \geq -\frac{1}{3}$$

נרשום את המשוואה בצורה: $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x+1} = 8$

נעלה בריבוע ונקבל: $x+1+3x+1+2 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{3x+1} = 64$

נפשט ונקבל: $\sqrt{3x^2 + 4x + 1} = 31 - 2x$

נעלה בריבוע ונקבל: $3x^2 + 4x + 1 = 961 - 124x + 4x^2$

מתקבלת המשוואה הריבועית: $x^2 - 128x + 960 = 0$ שפתרונותיה הם: $x_1 = 8$,

$$x_2 = 120$$

שאלה מס' 6: יש לפתור את המשוואה: $(\sqrt{1+x} + 1)(\sqrt{10+x} - 4) = x$

פתרון: נכפול את שני האגפים ב- $(\sqrt{x+1} - 1)$ ונקבל: $x(\sqrt{10+x} - 4) = x(\sqrt{x+1} - 1)$

$$\text{מכאן: } x(\sqrt{x+1} - \sqrt{10+x} + 3) = 0$$

הפתרון של $\sqrt{x+1} - \sqrt{10+x} + 3 = 0$ הוא $x = -1$ ולכן התשובה היא:

$$x_1 = 0, x_2 = -1$$

שאלה מס' 7: יש לפתור את אי-השוויון: $\sqrt{x-2} \geq 4-x$

פתרון: תחום ההגדרה: $x - 2 \geq 0$ ולכן: $x \geq 2$

נעלה בריבוע ונקבל: $x - 2 \geq (4-x)^2$ ולאחר פישוט: $x^2 - 9x + 18 \leq 0$ שפתרונה:

$$3 \leq x \leq 6$$

פתרונות אלה נמצאים בתחום ההגדרה $x \geq 2$ ולכן זוהי גם התשובה הסופית.