

שאלה במשוואות

שאלה

נתונה מערכת המשוואות: (I) $x + (2 + m)y = 1$

$$(II) \quad mx + (2m + 9)y = -3$$

עבור אילו ערכי m : א. יש למערכת פתרון יחיד?

ב. אין פתרון למערכת?

ג. יש למערכת אינסוף פתרונות?

פתרון:

$$(I) \quad x + (2 + m)y = 1$$

$$(II) \quad mx + (2m + 9)y = -3$$

א.

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{1}{m} \neq \frac{2+m}{2m+9} \Rightarrow 2m+9 \neq 2m+m^2 \Rightarrow m^2 \neq 9 \Rightarrow m \neq \pm 3$$

ב. התנאים לאי קיום פתרון: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{2+m}{2m+9} \Rightarrow 2m+9 = 2m+m^2 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$$

$$\underline{m = 3}: \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{1}{3} \neq \frac{-1}{-3} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \quad (\checkmark) \Rightarrow m = 3$$

ג. התנאים לאינסוף פתרונות: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$$\underline{m = -3}: \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{1}{-3} = \frac{-1}{-3} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\checkmark) \Rightarrow m = -3$$

עבור $m = 0$:

$$(II) \quad 9y = -3 \Rightarrow y = -\frac{1}{3}$$

$$(I) \quad x + 2y = 1 \Rightarrow x = 1 - 2y = 1 + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

מסקנה: עבור $m = 0$ הפתרון הוא יחיד. מקרה זה נכלל בתנאי סעיף א': $m \neq \pm 3$ (\checkmark).