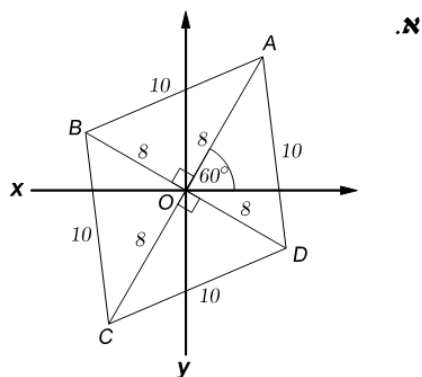


שתי שאלות במספרים מרוכבים

שאלה 1

אחד מקודקודי מעוין מיוצג במישור גאוס על ידי המספר: $8(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. אלכסוני המעוין נחתכים בראשית הצירים. אורך צלע המעוין שווה ל-10 יחידות אורך. מצא את שאר הקודקודים של המעוין.

פתרון



נתון קודקוד A שבו: $r = 8$
אלכסוני מעוין חוצים זה את זה.
האלכסונים נחתכים בראשית הצירים.
לכן עבור C מתקיים: $r = 8$.

אלכסוני מעוין מאונכים זה לזה. לכן: עבור B ו- D (פיתגורס): $r = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

$$\theta_A = 60^\circ \Rightarrow \theta_B = 150^\circ, \theta_C = 240^\circ, \theta_D = 330^\circ$$

$\uparrow +90^\circ \quad \uparrow +90^\circ \quad \uparrow +90^\circ$

$$\Rightarrow A: 8 \operatorname{cis} 60^\circ = 4 + 4\sqrt{3}i \quad (\text{נתון})$$

$$B: 6 \operatorname{cis} 150^\circ = -3\sqrt{3} + 3i$$

$$C: 8 \operatorname{cis} 240^\circ = -4 - 4\sqrt{3}i$$

$$D: 6 \operatorname{cis} 330^\circ = 3\sqrt{3} - 3i$$

שאלה 2

z הוא מספר מרוכב, והביטוי $\frac{z-1}{z+1}$ הוא מספר מדומה.

הוכח כי z נמצא על מעגל היחידה.

פתרון

נסמן: $z = a + bi$

$$\frac{z-1}{z+1} = \frac{a+bi-1}{a+bi+1} = \frac{(a-1)+bi}{(a+1)+bi} \cdot \frac{(a+1)-bi}{(a+1)-bi} = \frac{a^2-1-(a-1)bi+(a+1)bi+b^2}{(a+1)^2+b^2}$$

הכפלת מונה ומכנה בצמוד של המכנה

נתון כי הביטוי שהתקבל הוא מספר מדומה.

לכן החלק הממשי שלו הוא 0:

$$\frac{a^2+b^2-1}{(a+1)^2+b^2} = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 1 \quad (\checkmark)$$