

בעיות מילוליות

שאלה

שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של בריכה במשך 6 שעות (קצב זרימת המים בשני הצינורות נשאר קבוע) יום אחד, צינור I מלא לבדו רבע מנפח הבריכה, וצינור II מלא רבע מהבריכה, וכך התמלא חצי מנפח הבריכה במשך m שעות.

א.

(1) הבע באמצעות m את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הבריכה לבדו.

(2) מצא עבור איזה ערך של m יש פיתרון אחד לבעיה.

ב. נתון כי כאשר כמות המים בבריכה היא 70% מנפח הבריכה, צינור I ממלא לבדו את נפח הבריכה הנותר במשך 3 שעות.

מצא את m במקרה זה.

פתרון

א. $x = ?$ הזמן בו לוקח לצינור I למלא בריכה לבד
 $y = ?$ הזמן בו לוקח לצינור II למלא בריכה לבד
 $-\frac{1}{x}$ הספק של צינור I, $-\frac{1}{y}$ הספק של צינור II

עבודה [בריכה]	הספק	זמן [שעות]	צינור
1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$		I + II
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{x} = \frac{x}{4}$	I
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{4} \div \frac{1}{y} = \frac{y}{4}$	II

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = 1 / \cdot xy \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{x} = m / \cdot 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y + 6x = xy \\ x + y = 4m / \cdot 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6y + 6x = xy \\ 6x + 6y = 24m \end{cases}$$

$$xy = 24m$$

$$y = \frac{24m}{x}$$

$$x + \frac{24m}{x} = 4m$$

$$x^2 - 4mx + 24m = 0$$

$$\Delta = 16m^2 - 4 \cdot 24m = 16m^2 - 96m = 16(m^2 - 6)$$

$$(1) x_{1,2} = \frac{4m \pm \sqrt{16(m^2 - 6m)}}{2} = \frac{4m \pm 4\sqrt{(m^2 - 6m)}}{2} = 2m \pm 2\sqrt{(m^2 - 6m)}$$

כדי למצוא את הפתרון ל-(2) נשווה $\Delta = 0$

$$(2) m^2 - 6m = 0 \Rightarrow m = 6$$

עבודה	הספק	זמן	ב. צינור
0.3	$\frac{1}{x}$	3	I

$$0.3 = 3 \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{3}{0.3} = 10 = x$$

$$2m \pm 2\sqrt{m^2 - 6m} = 10$$

$$\pm 2\sqrt{m^2 - 6m} = 10 - 2m \quad /(\quad)^2$$

$$4(m^2 - 6m) = 100 - 40m + 4m^2$$

$$4m^2 - 24m = 100 - 40m + 4m^2$$

$$16m = 100$$

$$m = \frac{100}{16} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} = m$$