

# עוד שלוש שאלות בבעיות מילוליות

## שאלה 1

- שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של ברכה במשך 6 שעות. קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה.
- יום אחד, צינור I מילא לבדו רבע מנפח הברכה, וצינור II מילא לבדו עוד רבע מנפח הברכה, וכך התמלא חצי מנפח הברכה במשך  $m$  שעות.
- א. (1) הבע באמצעות  $m$  את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הברכה לבדו.
- (2) מצא עבור איזה ערך של  $m$  יש פתרון אחד לבעיה.
- ב. נתון כי כאשר כמות המים בברכה היא 70% מנפח הברכה, צינור I ממלא לבדו את נפח הברכה הנותר במשך 3 שעות. מצא את  $m$  במקרה זה.

## פתרון

א. נגדיר:  $x$  - משך הזמן הדרוש לצינור I למלא את הברכה לבדו,  $y$  - כנ"ל עבור צינור II

(1)

$$(1) \quad 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 1 \quad / \cdot xy \Rightarrow 6y + 6x = xy \Rightarrow xy - 6y = 6x \Rightarrow y = \frac{6x}{x-6}$$

$$t_I + t_{II} = m, \quad t_I = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{x}} = \frac{x}{4}, \quad t_{II} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{y}} = \frac{y}{4}$$

$$(2) \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{4} = m \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{6x}{4(x-6)} = m \quad / \cdot 4(x-6)$$

$$x(x-6) + 6x = 4m(x-6) \Rightarrow x^2 = 4mx - 24m \Rightarrow x^2 - 4mx + 24m = 0$$

$$x = \frac{4m \pm \sqrt{16m^2 - 96m}}{2} = \frac{4m \pm \sqrt{16(m^2 - 6m)}}{2} = \frac{4m \pm 4\sqrt{m^2 - 6m}}{2} \Rightarrow x = 2m \pm 2\sqrt{m^2 - 6m} \text{ hours}$$

(2)

$$\Delta: m^2 - 6m = 0 \Rightarrow m(m-6) = 0 \Rightarrow m_1 = 0 \text{ (x)}, m_2 = 6 \text{ (}\checkmark\text{)} \Rightarrow m = 6$$

ב.

$$3 \cdot \frac{1}{x} = 0.3 \Rightarrow x = \frac{3}{0.3} = 10$$

$$x = 10, \quad x^2 - 4mx + 24m = 0 \Rightarrow 100 - 40m + 24m = 0 \Rightarrow 16m = 100 \Rightarrow m = 6\frac{1}{4} \text{ hours}$$

## שאלה 2

רוכב אופניים אחד יצא מ־A ל־B. באותו זמן בדיוק יצא רוכב אופניים שני מ־B ל־A. כעבור 4 שעות נפגשו רוכבי האופניים.

הזמן, שנדרש לרוכב האופניים הראשון (שיצא מ־A) לעבור את הדרך שבין A ל־B, גדול ב־108 דקות מהזמן שדרוש לרוכב האופניים השני לעבור דרך זו.

**א.** מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופניים השני לזו של רוכב האופניים הראשון.

**ב.** מצא בכמה שעות עבר כל אחד מרוכבי האופניים את הדרך שבין A ל־B.

## פתרון

**א.** נסמן: C - נקודת המפגש בין שני הרוכבים.

זמן	מהירות	דרך	
4	x	4x	A → C
4	y	4y	C ← B

⇓

$\frac{4x+4y}{x}$	x	4x + 4y	A → B
$\frac{4x+4y}{y}$	y	4x + 4y	A ← B

$$\frac{y}{x} = ?$$

$$\frac{4x+4y}{x} = \frac{108}{60} + \frac{4x+4y}{y} \Rightarrow 4 + 4 \cdot \frac{y}{x} = \frac{9}{5} + 4 \cdot \frac{x}{y} + 4 \Rightarrow 4k = \frac{9}{5} + \frac{4}{k} \quad / \cdot 5k \Rightarrow 20k^2 = 9k + 20$$

הצבה:  $k = \frac{y}{x}$

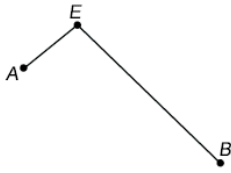
$$20k^2 - 9k - 20 = 0 \Rightarrow k_{1,2} = \frac{9 \pm 41}{40}, \quad k > 0 \Rightarrow k = \frac{50}{40} \Rightarrow k = \frac{5}{4}$$

**ב.**

$$\frac{y}{x} = \frac{5}{4} \Rightarrow y = \frac{5x}{4} \Rightarrow 4x + 4y = 4x + 5x = 9x$$

9x	x	$\frac{9x}{x} = 9$	A → B
9x	$\frac{5x}{4}$	$\frac{9x}{\frac{5x}{4}} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$	A ← B

### שאלה 3



רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B. במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה ואחר כך ירידה. מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותו בעליה. הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב-4.5 שעות, ואת הדרך מ-B ל-A עבר ב-6 שעות. מהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה שבדרך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות. אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ. מצא את: **א.** מהירות הרוכב בעליה **ב.** אורך המסלול מ-E ל-B.

### פתרון

דרך	מהירות	זמן	
$xy$	$x$	$y$	$A \rightarrow E$ ( $\nearrow$ )
$(x+10)(4.5-y)$	$x+10$	$4.5-y$	$E \rightarrow B$ ( $\searrow$ )

$$(I) \quad xy + (x+10)(4.5-y) = 70 \Rightarrow xy + 4.5x - xy + 45 - 10y = 70$$

$$\Rightarrow 4.5x - 10y = 25 \Rightarrow y = 0.45x - 2.5$$

$70 - xy$	$x$	$\Rightarrow \frac{70-xy}{x}$	$B \rightarrow E$ ( $\nearrow$ )
$xy$	$x+10$	$\Rightarrow \frac{xy}{x+10}$	$E \rightarrow A$ ( $\searrow$ )

$$\frac{70-xy}{x} + \frac{xy}{x+10} = 6 \Rightarrow (x+10)(70-xy) + x^2y = 6x(x+10)$$

$$70x - x^2y + 700 - 10xy + x^2y = 6x^2 + 60x \Rightarrow 6x^2 - 10x + 10xy - 700 = 0 \quad /:2$$

$$3x^2 - 5x + 5xy - 350 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 5x(0.45x - 2.5) - 350 = 0$$

$$5.25x^2 - 17.5x - 350 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{17.5 \pm 87.5}{10.5}, \quad x > 0 \Rightarrow x = \frac{105}{10.5} \Rightarrow x = 10 \text{ km/h} \quad (\text{א})$$

$$y = 0.45 \cdot 10 - 2.5 = 2 \Rightarrow BE = 70 - xy = 70 - 2 \cdot 10 \Rightarrow BE = 50 \text{ km} \quad (\text{ב})$$