

עוד שתי שאלות בבעיות מילוליות

שאלה 1

שני הולכי רגל יצאו בו זמנית מעיר א' לעיר ב'. המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 30 ק"מ. הולך הרגל הראשון הלך במהירות הגדולה ב-2 קמ"ש מהמהירות של הולך הרגל השני. כעבור 1.5 שעות הקטין הולך הרגל הראשון את מהירותו לחצי מהמהירות הקודמת, והגיע לעיר ב' שעה לאחר הולך הרגל השני. המהירויות לפני השינוי ואחרי השינוי הן קבועות.

א. מה היתה המהירות של הולך הרגל השני, אם ידוע שהיא קטנה מ-5 קמ"ש.

ב. כמה זמן לאחר ששני הולכי הרגל יצאו מעיר א', השיג הולך הרגל השני את הולך הרגל הראשון?

פתרון

נסמן: x - מהירות הולך הרגל השני (בקמ"ש).

מהירות	זמן	דרך		
$x + 2$	$\frac{3}{2}$	$\Rightarrow \frac{3}{2}(x + 2)$		הראשון
$\frac{x+2}{2}$	$\Rightarrow \frac{54-3x}{x+2} *$	$\Leftarrow 27 - \frac{3}{2}x$	\Downarrow	הראשון
x	$\Rightarrow \frac{30}{x}$	$\Leftarrow 30$		השני

$$(*) \quad (27 - \frac{3}{2}x) : \frac{x+2}{2} = \frac{54-3x}{2} : \frac{x+2}{2} = \frac{(54-3x) \cdot 2}{2 \cdot x+2} = \frac{54-3x}{x+2}$$

זמן ההליכה של הולך הרגל השני היה קטן השעה מזמן ההליכה של הראשון: $\frac{3}{2} + \frac{54-3x}{x+2} = \frac{30}{x} + 1$

$$\frac{54-3x}{x+2} - \frac{30}{x} + \frac{1}{2} = 0 \quad / \cdot 2x(x+2) \Rightarrow 2x(54-3x) - 60(x+2) + x(x+2) = 0$$

$$-5x^2 + 50x - 120 = 0 \quad / : (-5) \Rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{10 \pm 2}{2} = 5 \pm 1$$

$$x_1 = 6, x_2 = 4; \quad x < 5_{km/h} \Rightarrow x = 4_{km/h}$$

ב. נסמן: t - משך הזמן שבו מדביק הולך הרגל השני את הראשון.

$$4t = 6 \cdot 1.5 + 3(t - 1.5) \Rightarrow 4t = 9 + 3t - 4.5 \Rightarrow t = 4.5_h \Rightarrow \text{לאחר } \underline{4.5} \text{ שעות}$$

שאלה 2

שלושה צינורות, I, II, III, ממלאים יחד ברֶכָה במים ב־6 דקות.
צינור II לבד ממלא את הברֶכָה ב־75% מהזמן שצינור I לבד ממלא את הברֶכָה.
צינור III לבד ממלא את הברֶכָה ב־10 דקות יותר מהזמן שצינור II לבד ממלא את הברֶכָה.
בכמה דקות כל אחד מהצינורות ממלא לבד את הברֶכָה?

פתרון

נגדיר: x - הזמן שצינור I ממלא את הברֶכָה לבדו.

$\Leftarrow 0.75x$ - הזמן (בדקות) שדרוש לצינור II למלא את הברֶכָה לבדו.

$\Leftarrow 0.75x + 10$ - הזמן (בדקות) שדרוש לצינור III למלא את הברֶכָה לבדו.

מכאן, שבמשל דקה אחת: צינור I ממלא לבדו $\frac{1}{x}$ מהברֶכָה,

צינור II - $\frac{1}{0.75x}$ מהברֶכָה, וצינור III - $\frac{1}{0.75x+10}$ מהברֶכָה.

שלושת הצינורות ביחד ממלאים בכל דקה: $\frac{1}{x} + \frac{1}{0.75x} + \frac{1}{0.75x+10}$ מהברֶכָה.

ב־6 דקות הם ממלאים את כל הברֶכָה ($= 1$), ומכאן:

$$\Rightarrow 6\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{0.75x} + \frac{1}{0.75x+10}\right) = 1 \Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{8}{x} + \frac{6}{0.75x+10} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{14}{x} + \frac{6}{0.75x+10} = 1 \quad / \cdot x(0.75x+10) \Rightarrow 14(0.75x+10) + 6x = x(0.75x+10)$$

$$\Rightarrow 10.5x + 140 + 6x = 0.75x^2 + 10x \Rightarrow 0.75x^2 - 6.5x - 140 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{6.5 \pm 21.5}{1.5} \Rightarrow x_1 = 18\frac{2}{3}, \quad x_2 = -10 \quad ; \quad x > 0 \Rightarrow x = 18\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 0.75x = \frac{3}{4} \cdot 18\frac{2}{3} = 14 \quad , \quad 0.75x + 10 = 14 + 10 = 24$$

\Leftarrow I - $18\frac{2}{3}$ דקות, II - 14 דקות, III - 24 דקות