

שאלה בבעיה מילולית

שאלה

המרחק בין הערים A ו-B הוא 42 ק"מ. רוכב אופניים יצא מהעיר A לכיוון העיר B, וחצי שעה לאחר מכן יצא רוכב נוסף בעקבותיו במהירות 16 קמ"ש. הרוכבים נפגשו, ומייד לאחר מכן חזר הרוכב השני לעיר A, והרוכב הראשון המשיך בדרכו. הרוכב הראשון הגיע לעיר B באותו זמן בו הרוכב השני הגיע חזרה לעיר A. מהירויות הרוכבים היו קבועות. מה הייתה מהירותו של הרוכב הראשון?

פתרון

נסמן ב- x את מהירות רוכב א'.

ונסמן ב- y את הזמן שלקח לרוכב ב' להדביק את רוכב א'.

נשים לב כי הזמן שלקח לרוכב ב' להדביק את רוכב א' שווה לזמן שלקח לו לחזור לעיר A. (משיקולי סימטריה – הוא עבר את אותה הדרך באותה המהירות) לכן, מתקיימת המשוואה –

$$\frac{42}{x} = 2y + \frac{1}{2} \quad (1)$$

(החצי נוסף כיוון שנתון שרוכב ב' החל לנסוע רק חצי שעה לאחר רוכב א')

בנוסף, ברגע המפגש שני הרוכבים עברו את אותה הדרך, כלומר –

$$16y = x \left(y + \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

נפתור את מערכת המשוואות:

– נבודד את y במשוואה (1)

$$\frac{42}{x} = 2y + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{42}{x} - \frac{1}{2} = 2y \Leftrightarrow \frac{21}{x} - \frac{1}{4} = y$$

– נציב את התוצאה במשוואה (2)

$$16\left(\frac{21}{x} - \frac{1}{4}\right) = x\left(\frac{21}{x} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{336}{x} - 4 = 21 + \frac{x}{4} \Leftrightarrow 1344 - 16x = 84x + x^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 0 = x^2 + 100x - 1344$$

נפתור את המשוואה –

$$X_{1,2} = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 + 4 \cdot 1344}}{2} = \frac{-100 \pm \sqrt{15376}}{2} = \frac{-100 \pm 124}{2}$$

$$X_1 = \frac{-100 + 124}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

$$X_2 = \frac{-100 - 124}{2} = -112$$

הפתרון השני נפסל, כיוון שמהירות חייבת להיות חיובית, ולכן מהירות רוכב א' 12 קמ"ש.