

שתי שאלות בבעיות מילוליות

שאלה 1

מכונית א יצאה מעיר A לכיוון עיר B. 6 שעות לאחר מכן יצאה מכונית ב מעיר B לכיוון עיר A. שתי המכוניות, שנסעו במהירויות קבועות, נפגשו בדרך. עד נקודת הפגישה עברה מכונית א 120 ק"מ יותר ממכונית ב. לאחר הפגישה המשיכו המכוניות בדרכן. מכונית א הגיעה ליעדה 9 שעות לאחר פגישה, ומכונית ב הגיעה ליעדה 8 שעות לאחר הפגישה.

א. מצא את המרחק שעברה מכונית ב עד הפגישה.

ב. מצא את המהירויות של שתי המכוניות.

פתרון

א. נסמן:

X – המרחק שעברה מכונית ב' עד הפגישה.

v1 – מהירות מכונית א'

v2 – מהירות מכונית ב'

ולכן:

S	V	T		
X+120	v1	$\frac{x+120}{v1}$	מכונית א'	עד הפגישה
X	v2	$\frac{x}{v2}$	מכונית ב'	
9*v1	v1	9	מכונית א'	אחרי הפגישה
8*v2	v2	8	מכונית ב'	

על פי הנתון, מכונית ב' יצאה 6 שעות לאחר מכונית א'. לכן:

$$\frac{x+120}{v1} = \frac{x}{v2} + 6$$

לאחר העברת איברים ומכנה משותף מתקבל:

$$v2(X+120) = v1*x + 6*v1*v2$$

ולאחר חלוקה ב-v2:

$$x+120 = X * \frac{v1}{v2} + 6 * v1$$

בנוסף, כיוון שהמכוניות נסעו באותה דרך ובכיוונים נגדיים, המרחק שעברה מכונית א' אחרי הפגישה שווה למרחק שעברה מכונית ב' לפני הפגישה, ולהיפך. מכאן:

$$9*v1 = X$$

$$8*v2 = X+120$$

לאחר חילוק שתי המשוואות האחרונות זו בזו מתקבל:

$$\frac{9*v1}{8*v2} = \frac{x}{x+120}$$

ולאחר העברת אגפים:

$$\frac{v1}{v2} = \frac{8x}{9(X+120)}$$

כעת ניתן להציב את המשוואות במשוואה הראשונה על מנת להגיע למשוואה בעלת נעלם אחד:

$$X + 120 = x * \frac{8X}{9(X+120)} + 6 * \frac{x}{9}$$

לאחר מכנה משותף:

$$9(X+120)^2 = 8X^2 + 6X(X+120)$$

$$9(X^2 + 240X + 14400) = 8X^2 + 6X^2 + 720X$$

$$9X^2 + 2160X + 129600 = 14X^2 + 720X$$

$$-5X^2 + 1440X + 129600 = 0$$

$$X_{1,2} = \frac{-1440 \pm \sqrt{2073600 + 4 \cdot 5 \cdot 129600}}{-10} = \frac{-1440 \pm 2160}{-10}$$

$$X_1 = -72 \quad X_2 = 360$$

מכיוון ש X מייצג דרך, התשובה השלילית מתבטלת. מכאן ש $X=360$.

כעת ניתן גם לחשב את v_1 ואת v_2 :

$$v_1 = \frac{x}{9} = \frac{360}{9} = 40$$

$$v_2 = \frac{x+120}{8} = \frac{480}{8} = 60$$

לסיכום:

הדרך שעברה מכונית ב' עד הפגישה: 360 ק"מ

מהירות מכונית א': 40 קמ"ש

מהירות מכונית ב': 60 קמ"ש

שאלה 2

שני הולכי רגל יצאו בו זמנית מעיר א' אל עיר ב'. המרחק בין 2 הערים הוא 30 ק"מ. הולך הרגל הראשון צעד במהירות הגדולה ב-2 קמ"ש ממהירות הולך הרגל השני. כעבור 1.5 שעות הקטין הולך הרגל הראשון את מהירותו לחצי ממהירותו הקודמת, והגיע לעיר ב' שעה לאחר הולך הרגל השני.

א. ידוע כי מהירותו של הולך הרגל השני הייתה קטנה מ-5 קמ"ש. מה הייתה

מהירותו?

ב. כמה זמן לאחר צאתם לדרך השיג הולך הרגל השני את הולך הרגל הראשון?

א. נסמן ב- x את מהירותו של הולך רגל ב.

דרך	מהירות	זמן	
$1.5(x+2)$	$x+2$	1.5	הולך רגל א – חלק ראשון של הדרך
$30-1.5(x+2) = 27-1.5x$	$\frac{x+2}{2}$	$\frac{2(27-1.5x)}{x+2}$	הולך רגל א – חלק שני של הדרך
30	x	$\frac{30}{x}$	הולך רגל ב

זמן ההליכה הכולל של הולך רגל א היה ארוך בשעה מזמן ההליכה הכולל של הולך רגל ב, ולכן:

$$1.5 + \frac{2(27-1.5x)}{x+2} - 1 = \frac{30}{x}$$

$$0.5 + \frac{2(27-1.5x)}{x+2} = \frac{30}{x}$$

$$x(x+2) + 4x(27-1.5x) = 60(x+2)$$

$$x^2 + 2x + 108x - 6x^2 = 60x + 120$$

$$5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{5^2 - 24} = 5 \pm 1 \begin{cases} 4 \\ 6 \end{cases}$$

ידוע כי מהירותו של הולך הרגל השני הייתה קטנה מ-5 קמ"ש, ולכן מהירותו הייתה 4 קמ"ש.

ב. נסמן ב- y את משק הזמן שעבר עד שהולך רגל ב השיג את הולך רגל א.

דרך	מהירות	זמן	
9	6	1.5	הולך רגל א – חלק ראשון של הדרך
$3(y-1.5)$	3	$y-1.5$	הולך רגל א – חלק שני של הדרך – עד שהולך רגל ב השיגו
$4y$	4	y	הולך רגל ב – עד שהשיג את הולך רגל א.

המרחקים שעברו עד שהולך רגל ב השיג את הולך רגל א שווים ולכן:

$$9 + 3(y - 1.5) = 4y$$

$$9 + 3y - 4.5 = 4y$$

$$y = 4.5$$

הולך רגל ב השיג את הולך רגל א 4.5 שעות אחרי שיצאו לדרך.