

## שלוש שאלות בחשיבה הסתברותית

### שאלה 1

כדי לבדוק קשר אפשרי בין מין התלמיד לבין נטייתו ללימודים ריאליים, נבדקו נתונים של 300 תלמידים ש-80 מהם לומדים במגמה ריאלית, והשאר במגמה חברתית.

70% מבין הלומדים במגמה הריאלית הם בנים.

28% מבין הבנים לומדים במגמה ריאלית.

**א.** מהי הפרופורציה של הלומדים במגמה ריאלית מבין הבנות?

**ב.** האם, על סמך נתונים אלה,

ניתן לקבוע כי יש קשר בין מין התלמיד לבין נטייתו ללימודים ריאליים?

מהי משמעות הקשר?

**ג.** בנוסף נעשה ניתוח הנתונים לפי השכלת ההורים (השכלה אקדמית / ללא השכלה אקדמית).

הנתונים מוצגים לפי:

תלמידים שהוריהם בעלי השכלה אקדמית:

	בנים	בנות
ריאלית	48	12
חברתית	112	28

תלמידים שהוריהם ללא השכלה אקדמית:

	בנים	בנות
ריאלית	8	12
חברתית	32	48

האם, על סמך הנתונים הנוספים,

ניתן לקבוע כי הנטייה ללימודים ריאליים קשורה למין התלמיד?

## פתרון:

נגדיר:  $S$  - קבוצת התלמידים,  $A$  - קבוצת הבנים,  $B$  - קבוצת הלומדים במגמה ריאלית

$$\text{נתון: } N(S) = 300, N(B) = 80, P(A/B) = 0.7, P(B/A) = 0.28$$

$$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{N(A \cap B)}{80} = 0.7 \Rightarrow N(A \cap B) = 0.7 \cdot 80 = 56$$

$$P(B/A) = \frac{N(B \cap A)}{N(A)} = \frac{56}{N(A)} = 0.28 \Rightarrow N(A) = \frac{56}{0.28} = 200$$

נבנה את הטבלה הדור־מימדית המתאימה:

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B	56	$80 - 56 = 24$	80
$\bar{B}$	$200 - 56 = 144$	$100 - 24 = 76$	$300 - 80 = 220$
$\Sigma$	200	$300 - 200 = 100$	300

א.

$$P(B/\bar{A}) = \frac{N(B \cap \bar{A})}{N(\bar{A})} = \frac{24}{100} \Rightarrow P(B/\bar{A}) = 0.24$$

ב.

$$P(B/A) = 0.28, P(B/\bar{A}) = 0.24 \Rightarrow P(B/A) > P(B/\bar{A})$$

מסקנה: יש קשר סטטיסטי בין מין התלמיד לבין לימודיו במגמה הריאלית.

משמעות הקשר: שיעור הלומדים במגמה ריאלית מבין הבנים,

גבוה משיעור הלומדים במגמה ריאלית מבין הבנות: 28% לעומת 24%.

ג.

ילדי הורים בעלי השכלה אקדמאית

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B	48	12	60
$\bar{B}$	112	28	140
$\Sigma$	160	40	200

ילדי הורים ללא השכלה אקדמאית

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B	8	12	20
$\bar{B}$	32	48	80
$\Sigma$	40	60	100

בין ילדי ההורים בעלי השכלה האקדמאית:

$$P(B/A) = \frac{48}{160} = 0.3, \quad P(B/\bar{A}) = \frac{12}{40} = 0.3 \Rightarrow P(B/A) = P(B/\bar{A})$$

בין ילדי ההורים ללא השכלה האקדמאית:

$$P(B/A) = \frac{8}{40} = 0.2, \quad P(B/\bar{A}) = \frac{12}{60} = 0.2 \Rightarrow P(B/A) = P(B/\bar{A})$$

מסקנה: אין קשר סטטיסטי בין מין התלמיד ללימודים ריאליים.

הסבר:

שיעור הבנים (להבדיל מבנות) להורים אקדמאים הוא  $\frac{160}{200} = 80\%$

לעומת שיעור הבנים (להבדיל מבנות) להורים שאינם אקדמאים:  $\frac{40}{100} = 40\%$

שיעור הלומדים במגמה ריאלית מבין הילדים להורים אקדמאים הוא  $\frac{60}{200} = 30\%$

לעומת  $\frac{20}{100} = 20\%$  - שיעור הילדים להורים שאינם אקדמאים הלומדים במגמה ריאלית.

זו הסיבה שנוצר רושם מוטעה כאילו הקשר הוא בין מין התלמיד ללימודים ריאליים.

השכלת ההורים היא הגורם המתווך בין מין התלמיד לבין מגמת לימודיו.

זו התופעה של הצמדת גורמים: מין  $\leftrightarrow$  מגמה  $\Rightarrow$  השכלה  $\leftrightarrow$  מין, השכלה  $\leftrightarrow$  מגמה

השכלת ההורים היא כנראה הקשר הסיבתי לנטיה ללימודים ריאליים.

במילים אחרות: יש כנראה קשר סיבתי בין השכלת ההורים לבין נטיית לימודי ילדיהם.

## שאלה 2

מפעל גייס 120 עובדים חדשים מתוך 320 מועמדים.

$\frac{5}{14}$  מבעלי תעודת בגרות שבין המועמדים לא התקבלו לעבודה.

$\frac{15}{32}$  מבין המועמדים לא התקבלו לעבודה והם גם חסרי תעודת בגרות.

**א.** מהי פרופורצית בעלי תעודת בגרות מבין המועמדים שלא התקבלו לעבודה?

**ב.** מהי פרופורצית המועמדים שהתקבלו לעבודה מבין חסרי תעודת בגרות?

**ג.** האם יש קשר סטטיסטי בין בעלי תעודת בגרות לבין קבלה לעבודה?

מהי משמעות הקשר?

**ד.** התברר שתעודת בגרות לא היתה קריטריון בקבלה לעבודה.

הצע סיבה אחרת אפשרית לקבלה לעבודה. נמק.

## פתרון:

נסמן: A - קבוצת המועמדים שהתקבלו לעבודה, B - קבוצת המועמדים בעלי תעודת בגרות

נתון:  $N(S) = 320$ ,  $N(A) = 120$ ,  $P(\bar{A}/B) = \frac{5}{14}$ ,  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{15}{32}$

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B	$140 - 50 = 90$	$200 - 150 = 50$	$50 : \frac{5}{14}^* = 140$
$\bar{B}$	$120 - 90 = 30$	$\frac{15}{32} \cdot 320 = 150$	$320 - 140 = 180$
$\Sigma$	120	$320 - 120 = 200$	320

(\*)  $P(\bar{A}/B) = \frac{N(\bar{A} \cap B)}{N(B)} = \frac{50}{N(B)} = \frac{5}{14} \Rightarrow N(B) = \frac{50 \cdot 14}{5} = 140$

א.

$P(B/\bar{A}) = \frac{N(B \cap \bar{A})}{N(\bar{A})} = \frac{50}{200} \Rightarrow P(B/\bar{A}) = \frac{1}{4}$

ב.

$P(A/\bar{B}) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{30}{180} \Rightarrow P(A/\bar{B}) = \frac{1}{6}$

ג.

$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{90}{140} = \frac{9}{14} = 64.29\%$ ,  $P(A/\bar{B}) = \frac{1}{6} = 16.67\% \Rightarrow P(A/B) > P(A/\bar{B})$

מסקנה: יש קשר סטטיסטי בין בעלי תעודת בגרות לבין קבלה לעבודה.

משמעות הקשר: שיעור המתקבלים לעבודה מבין בעלי תעודת בגרות גבוה יותר משיעור

המתקבלים לעבודה מבין חסרי תעודת הבגרות: 64.29% לעומת 16.67%.

ד.

העבודה דורשת כישורים אינטליגנטים מסוימים.

המפעל בדק הימצאות כישורים אלו ולא זכאות לתעודת בגרות.

בעלי כישורים אלה מוציאים בגרות יותר מחסרי אותם כישורים.

תעודת הבגרות היא תוצאה של אותם כישורים.

כישורים אלו הם הסיבה והגורם המתווכ בין תעודת בגרות לבין הקבלה לעבודה:

תעודה  $\leftrightarrow$  קבלה  $\Rightarrow$  קבלה  $\leftrightarrow$  כישורים, תעודה  $\leftrightarrow$  כישורים

### שאלה 3

סקר שנערך בין 500 צופי טלוויזיה גברים ונשים, ביקש לבדוק את העדפות הצפיה בין שתי אפשרויות: תוכניות דקומנטריות ותוכניות ספורט. התקבלו התוצאות הבאות:

140 העדיפו את תוכניות הדקומנטריות.

40% מבין הנשים העדיפו את התוכניות הדקומנטריות.

מבין אלו שהעדיפו את תוכניות הספורט היו נשים  $\frac{33}{65}$ .

נסמן:

A - קבוצת הגברים שהשתתפו בסקר

B - קבוצת הנסקרים המעדיפים תוכניות דקומנטריות

א. (1) מהי פרופורצית המעדיפים תוכניות ספורט מבין הנשים?

(2) מהי פרופורצית הנשים שהשתתפו בסקר?

ב. מהי פרופורצית הגברים מבין המעדיפים תוכניות דקומנטריות?

ג. האם קיים קשר סטטיסטי בין העדפת תוכנית כלשהי מבין השתיים לבין מין הצופה?

מהי משמעות הקשר?

### פתרון:

נתון:  $N(S) = 400$ ,  $N(B) = 140$ ,  $P(B/\bar{A}) = 0.4$ ,  $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{33}{65}$

$$N(\bar{B}) = 400 - 140 = 260$$

$$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{N(\bar{A} \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{N(\bar{A} \cap \bar{B})}{260} = \frac{33}{65} \Rightarrow N(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{260 \cdot 33}{65} = 132$$

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B		x	140
$\bar{B}$	$260 - 132 = 128$	132	260
$\Sigma$		$132 + x$	400

$$P(B/\bar{A}) = \frac{N(B \cap \bar{A})}{N(\bar{A})} = \frac{x}{132+x} = 0.4 \Rightarrow x = 52.8 + 0.4x \Rightarrow 52.8 = 0.6x \Rightarrow x = 88$$

	A	$\bar{A}$	$\Sigma$
B	$140 - 88 = 52$	88	140
$\bar{B}$	128	132	260
$\Sigma$	$128 + 52 = 180$	$132 + 88 = 220$	400

(1) א.

$$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{N(\bar{B} \cap \bar{A})}{N(\bar{A})} = \frac{132}{220} \Rightarrow P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{3}{5} = 0.6$$

(2)

$$P(\bar{A}) = \frac{N(\bar{A})}{N(S)} = \frac{220}{400} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{11}{20} = 0.55$$

ב.

$$P(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)} = \frac{52}{140} \Rightarrow P(A/B) = \frac{13}{35} = 37.14\%$$

ג.

$$P(A/\bar{B}) = \frac{N(A \cap \bar{B})}{N(\bar{B})} = \frac{128}{260} = \frac{32}{65} = 49.23\%$$

$$P(A/\bar{B}) > P(A/B) \quad \leftarrow$$

מסקנה: יש קשר סטטיסטי בין העדפת תוכנית הטלוויזיה הנצפית לבין מין הצופה.

משמעות הקשר:

פרופורצית הגברים מבין המעדיפים תוכניות דקומנטריות גדולה

מפרופורצית הגברים מבין המעדיפים תוכניות ספורט: 49.28% לעומת 37.14%.