

שאלת אקסרטה בוקטורים

שאלה

שיעורי הקדקודים של פירמידה SABC הם: $S(0,0,0)$, $C(2,2,2)$, $B(3,2,0)$, $A(2,1,3)$.

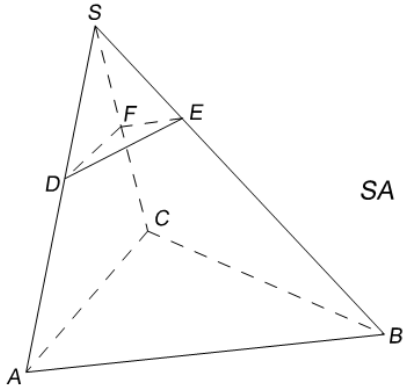
נקודה F היא אמצע המקצוע SC.

דרך נקודה F מעבירים מישור המאונך למקצוע SC.

א. מצא את משוואת המישור.

ב. המישור שמצאת בסעיף א' חותך את המקצועות SA ו- SB בנקודות E ו- D בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה SDEF.



פתרון

א. נסמן את המישור המבוקש ב- π .

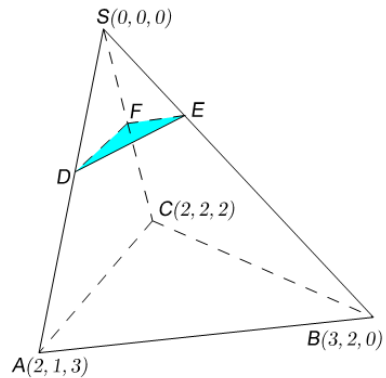
$$\vec{SC} = C - S = (2, 2, 2) = (1, 1, 1)$$

$$\vec{SC} \perp DEF \Rightarrow \underline{h}_\pi = (1, 1, 1) \Rightarrow \pi: x + y + z + d = 0$$

$$SF = FC \Rightarrow F\left(\frac{0+2}{2}, \frac{0+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) \Rightarrow F(1, 1, 1)$$

$$F \in \pi \Rightarrow 1 + 1 + 1 + d = 0 \Rightarrow d = -3$$

$$\Rightarrow \pi: x + y + z - 3 = 0$$



ב.

$$SC \perp \pi \Rightarrow SF \perp \pi \Rightarrow h_{SDEF} = |\vec{SF}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\underline{D}: \underline{x} = (0, 0, 0) + t(2 - 0, 1 - 0, 3 - 0) \Rightarrow \underline{x} = t(2, 1, 3)$$

נקודה אופיינית על הקו AS

$$D \in \pi \Rightarrow 2t + t + 3t - 3 = 0 \Rightarrow 6t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\underline{E}: \underline{x} = (0, 0, 0) + s(3 - 0, 2 - 0, 0 - 0) \Rightarrow \underline{x} = s(3, 2, 0)$$

נקודה אופיינית על הקו BS

$$E \in \pi \Rightarrow 3s + 2s - 3 = 0 \Rightarrow 5s = 3 \Rightarrow s = \frac{3}{5} \Rightarrow E\left(\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, 0\right)$$

$$F(1, 1, 1), D\left(1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), E\left(\frac{9}{5}, \frac{6}{5}, 0\right)$$

$$DF = \sqrt{(1-1)^2 + \left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{0 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$EF = \sqrt{\left(1-\frac{9}{5}\right)^2 + \left(1-\frac{6}{5}\right)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{\frac{16}{25} + \frac{1}{25} + 1} = \sqrt{\frac{42}{25}} = \frac{\sqrt{42}}{5}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle F &= \frac{\vec{DF} \cdot \vec{EF}}{|\vec{DF}| \cdot |\vec{EF}|} = \frac{\left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}, -\frac{1}{5}, 1\right)}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{42}}{5}} = \frac{0 - \frac{1}{10} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} \cdot \frac{10}{10} \\ &= \frac{-1-5}{2\sqrt{21}} = \frac{-3}{\sqrt{21}} \Rightarrow \angle F = 130.8934^\circ \end{aligned}$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \cdot DF \cdot EF \cdot \sin \angle F = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{42}}{5} \cdot \sin 130.89^\circ = 0.3464$$

$$V = \frac{S_{\triangle} \cdot h}{3} = \frac{0.3464 \cdot \sqrt{3}}{3} \Rightarrow V = 0.2 \text{ (יחידות קוב)}$$

אם גוררים את הדיוקים שבמחשבון לכל השלבים - מקבלים בדיוק 0.2 .